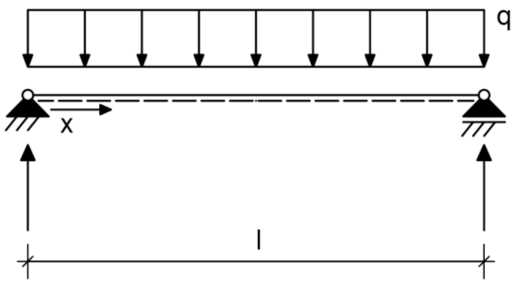
Kapitel 5: Schnittgrößen ebener Stabwerke

5.1 Einleitung

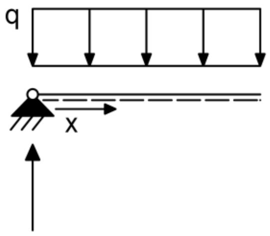
…am Beispiel des Einfeldträgers unter Gleichlast:

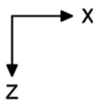


Die Verformung lässt infolge der starken Krümmung in Feldmitte vermuten, dass auch in der Mitte die größte Biegebeanspruchung herrscht. Die Normalkraft, also die Stablängskraft, ist scheinbar gleich Null. Die Querkraft ist eher schwer einzuschätzen…

Um die drei charakteristischen Schnittgrößen M, Q und N an jeder beliebigen Stelle zu berechnen, kann an jeder beliebigen Stelle ein Schnitt geführt werden und Gleichgewichtbetrachtungen angestellt werden. Beim Freischneiden sind aufgrund des notwendigen Gleichgewichtes am Teilsystem neben äußerer Belastung und den Auflagerreaktionen stets die Schnittgrößen (Fesseln für den benachbarten Stab) zu berücksichtigen bzw. anzutragen:

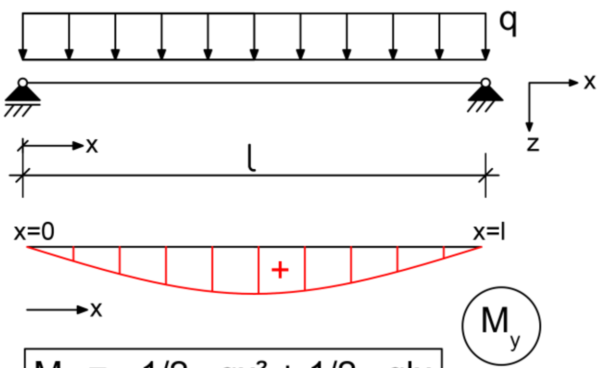
Die 3 charakteristischen Schnittgrößen in der Ebene lauten:





- M_y Biegemoment
- N_x Normalkraft (Kraft in Stablängsrichtung)
- Q_z Querkraft (Kraft senkrecht zur Stabachse)

(Hinweis: in der internationalen Normierung lautet die Kennzeichnung für die Querkraft V)

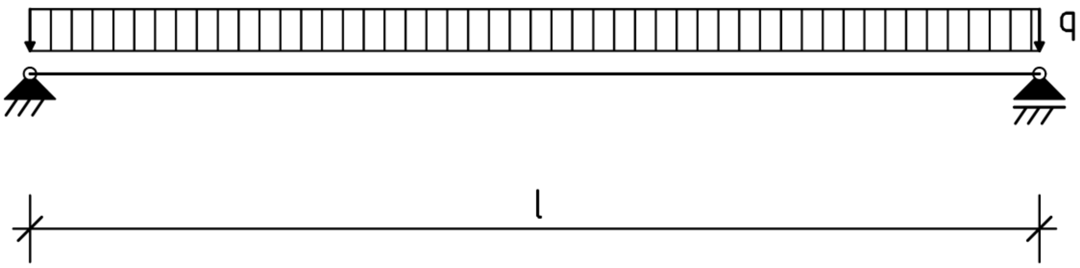


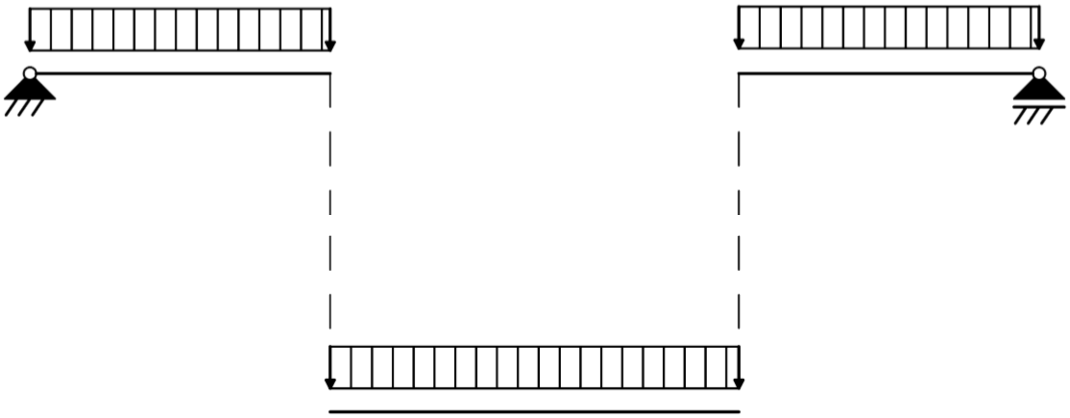
$$\boxed{M_{(x)} = -\,1/2 \cdot qx^2 + 1/2 \cdot qlx}$$

Ziel einer statischen Berechnung ist es, von jedem Bauteil an jeder Stelle die Beanspruchung auf Biegung (M_y), Querkraft (Q_z) und Normalkraft (N) zu kennen um eine Bemessen durchführen zu können. (Jede Schnittgröße hat nämlich bei Überschreitung ihres Grenzwertes ihre eigene Versagenscharakteristik; 2.Sem.)
Grundsätzlich sind wir in der Lage, mit den Werkzeugen aus Kapitel 1-4 die Schnittgrößen durch unzählige Schnitte zu berechnen. Dies macht jedoch keinen Sinn, da es mathematisch-mechanische Zusammenhänge zu erlernen gilt, die in Abhängigkeit von einer Laufkoordinate x die Funktionen der Schnittgrößen formulieren. Dies geschieht in Form einer Gleichung $M_{(x)}$, $Q_{(x)}$ oder $N_{(x)}$, die den Verlauf der Schnittgrößen über die Stablängsachse beschreibt.

5.2 Vorzeichenkonvention

Beispiel: Schnittführung am Einfeldträger





Zusammenfassung Vorzeichenkonvention

Das Herausschneiden des mittleren Stückes des Einfeldträgers aus Anlage 5.1.Blatt 2 liefert die klassische Vorzeichenkonvention am charakteristischen Balkenelement. Hierbei gilt grundsätzlich:

1. Am rechten Schnittufer, dem so genannten positiven Schnittufer, zeigen die positiven Schnittgrößen in die positive Koordinatenrichtung.
   Analog gilt: Zeigen die Schnittgrößen am linken bzw. negativen Schnittufer in negative Koordinaten-Richtung, so sind diese positiv.
2. Ein Hilfsmittel ist die gestrichelte Faser (die grundsätzlich beliebig angetragen werden kann), die jedoch auf der Seite angetragen wird, auf der eine Zugbeanspruchung erwartet wird.

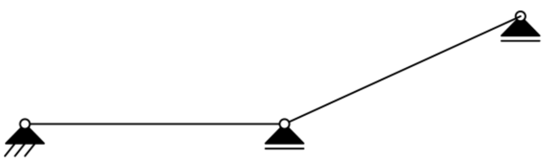
In jedem Fall benötigen wir ein Koordinaten-System, welches die Vorzeichen zuverlässig festlegt. Hierbei unterscheiden wir globales und lokales System, je nach Maßstab. Die höchste Stufe an Globalität unseres Planeten ist das Gaußsche „Netz" Nord / West / Koordinaten-System und das klassische lokale System wäre dann das Koordinaten-System eines einzelnen Stabes.

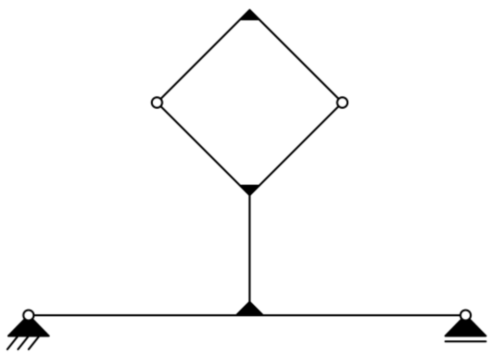
Das Werkzeug „gestrichelte Faser" hilft, das charakteristische Balkenelement für jedes Systemteil hinsichtlich seiner Orientierung bzw. Vorzeichen festzulegen. Diese gestrichelte Faser soll der Einfachheit halber möglichst durchlaufen. Bei aufwendigeren Systemen gelingt dies zwangsläufig nicht immer, und ein Vorzeichenwechsel muss u. U. in Kauf genommen werden.

Beispiele:

i)

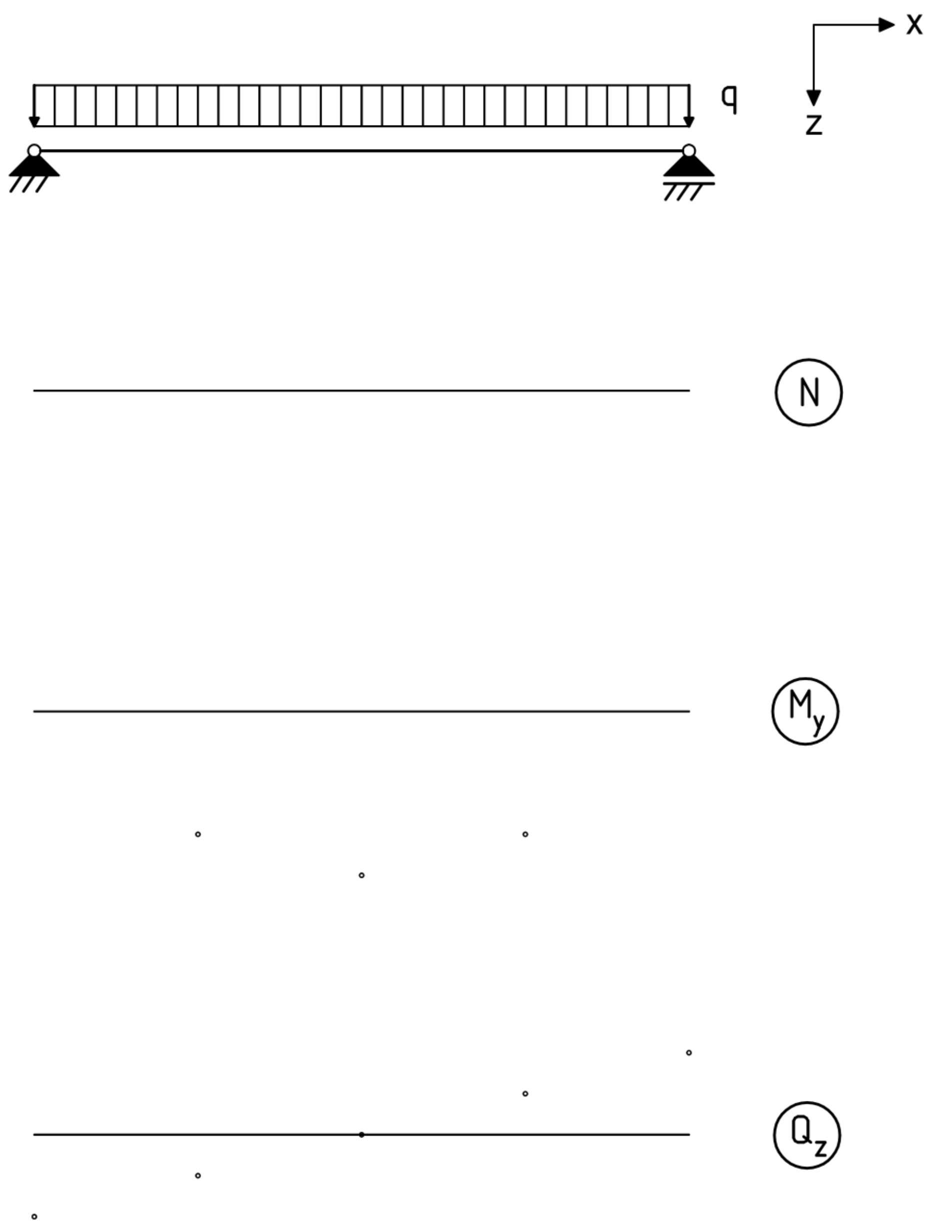

iii)


ii)


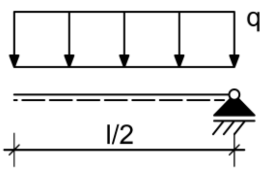
iv)


5.3 Schnittgrößenermittlung

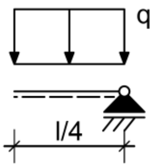
5.3.1 Schnittführung am Einfeldträger unter Gleichlast



Schnitt 1 Trägermitte:

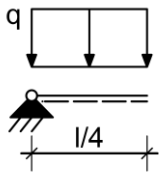


Schnitt 2 rechter Viertelspunkt:



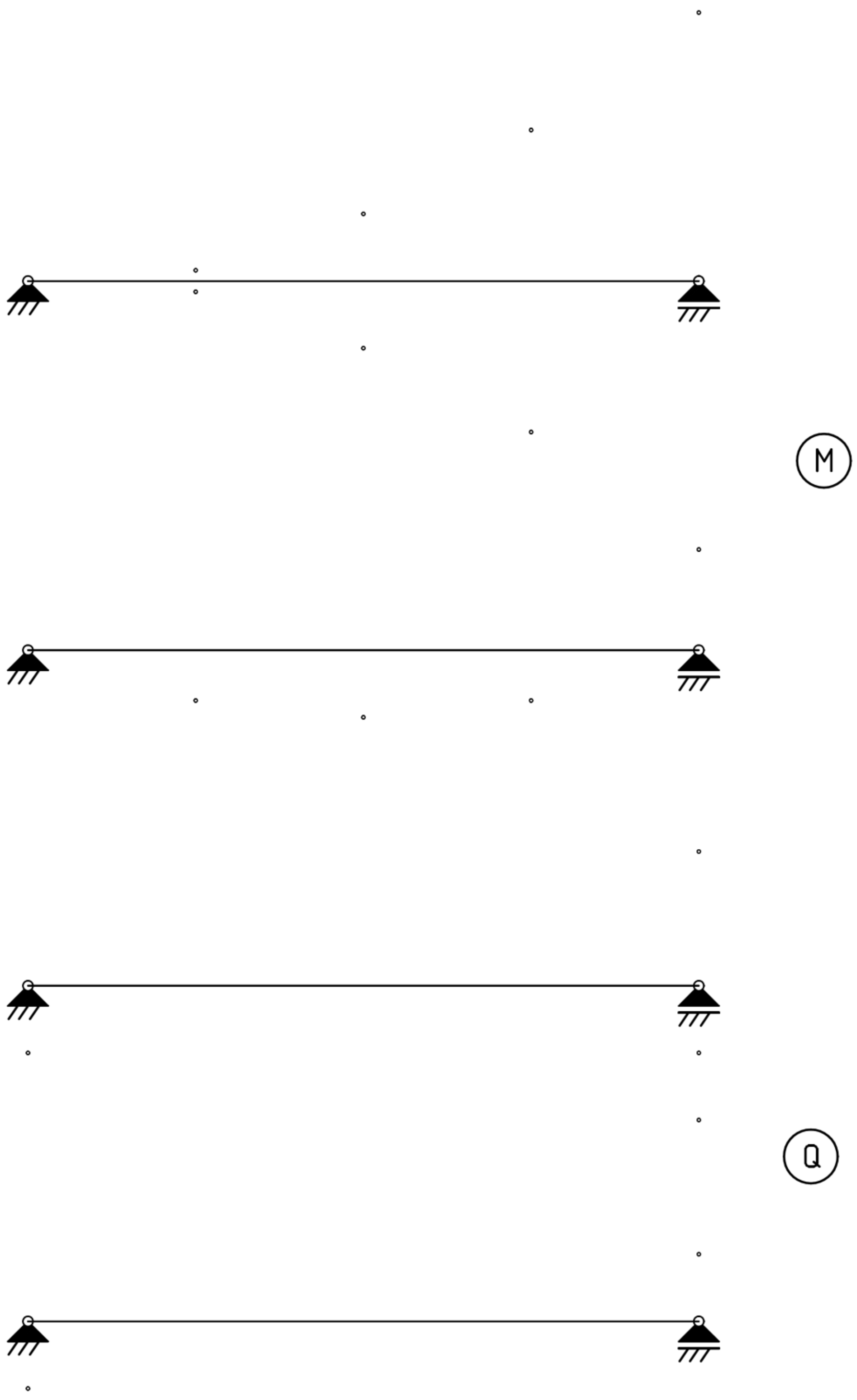
Schnitt 3 unmittelbar vor dem rechten Auflager:

Schnitt 4 linker Viertelspunkt:



Schnitt 5 unmittelbar vor dem linken Auflagerrand:

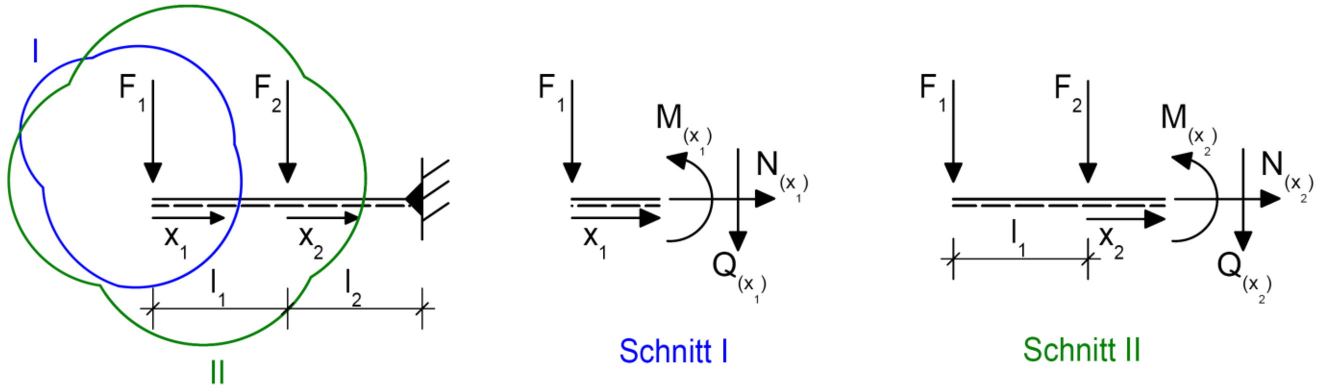
Superpositionsprinzip

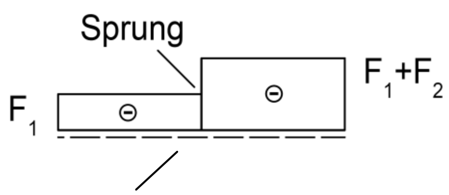
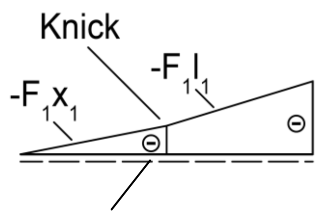


Mathematischer, mechanischer Zusammenhang zwischen q, Q und M

	stetig	stetig	stetig	Unstetigkeitsmerkmale	
Verlauf der ...				Einzellast	Einzelmoment
Streckenlast q	0	konstant	linear		
Querkraft Q	konstant	linear	quadratisch	Sprung	
Moment M	linear	quadratisch	kubisch	Knick	Sprung

Zwei Beispiele zur Unstetigkeit von Schnittgrößenfunktionen:

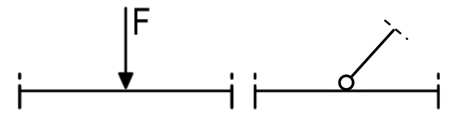
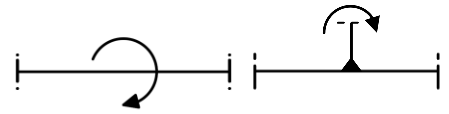
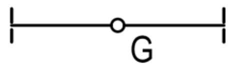
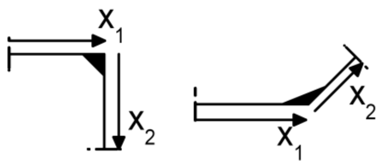
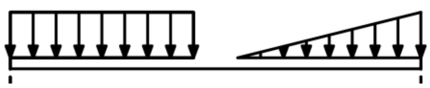


Querkraft	Biegemoment
Schnitt I: $0 \le x_1 \le l_1$	
$\sum F_z = F_1 + Q_{(x_1)} = 0$ $\rightarrow \boxed{Q_{(x_1)} = -F_1}$ konstante Funktion: Steigung = 0	$\sum M = F_1 \cdot x_1 + M_{(x_1)} = 0$ $\rightarrow \boxed{M_{(x_1)} = -F_1 \cdot x_1}$ lineare Funktion: Steigung = $-F_1$
Schnitt II: $0 \le x_2 \le l_2$	
$\sum F_z = F_1 + F_2 + Q_{(x_2)} = 0$ $\rightarrow \boxed{Q_{(x_2)} = -(F_1 + F_2)}$ konstante Funktion: Steigung = 0  $Q_{(x_1=l_1)} \neq Q_{(x_2=0)}$	$\sum M = F_1 \cdot (l_1 + x_2) + F_2 \cdot x_2 + M_{(x_2)} = 0$ $\rightarrow \boxed{M_{(x_2)} = -(F_1 + F_2) \cdot x_2 - F_1 \cdot l_1}$ lineare Funktion: Steigung = $-(F_1+F_2)$ Anfangswert: $M_{(x_2=0)} = -F_1 \cdot l_1$  $M_{(x_1=l_1)} = M_{(x_2=0)}$ Knick, da die Steigungen ungleich sind: $M'_{(x_1=l_1)} \neq M'_{(x_2=0)}$ bzw. $-F_1 \neq -(F_1 + F_2)$

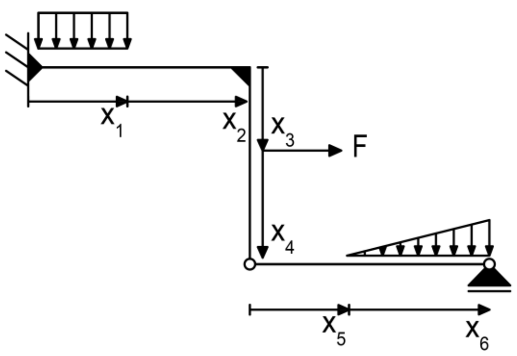
Unterteilung eines Systems in Stetige Bereiche:

Vor der Berechnung der Schnittgrößenverläufe statischer Systeme müssen die Unstetigkeitsstellen erkannt werden und aufgrund dieser das System in Bereiche unterteilt werden, innerhalb derer die Funktionen stetig verlaufen.

Die häufigsten Unstetigkeitsursachen:

1) 	Einzellast mit einer Komponente senkrecht zur Stabachse. Dies kann auch eine Stablast sein, (Merksatz 5.2 und 5.3)
2) 	Einzelmoment (Merksatz 5.4), oder ein biegesteif angeschlossener Stab mit Biegebeanspruchung
3) 	Auflagerkräfte senkrecht zur Stabachse sind für den Träger quasi Einzellasten und somit eine Unstetigkeitsstelle (analog Merksatz 5.2 und 5.3)
4) 	Zwangsstelle für den Momentenwert, $M_G \equiv 0$, i. d. R. ist ein Gelenk eine Unstetigkeitsstelle, jedoch nicht unbedingt für ein Moment
5) 	Per se Unstetigkeitsstelle, da sich das Koordinaten-System ändert und zudem die Hebel der Kräfte.
6) 	Selbstverständlich sind Unstetigkeiten bei den Funktionen der Streckenlast $q_{(x)}$ unweigerlich Hinweise auf Unstetigkeitsstellen, da diese den mathematisch-mechanischen Zusammenhang zwischen q, Q und M in Frage stellen bzw. $q_{(x)}$ dann nicht über die Länge integrierbar ist!

Beispiel:

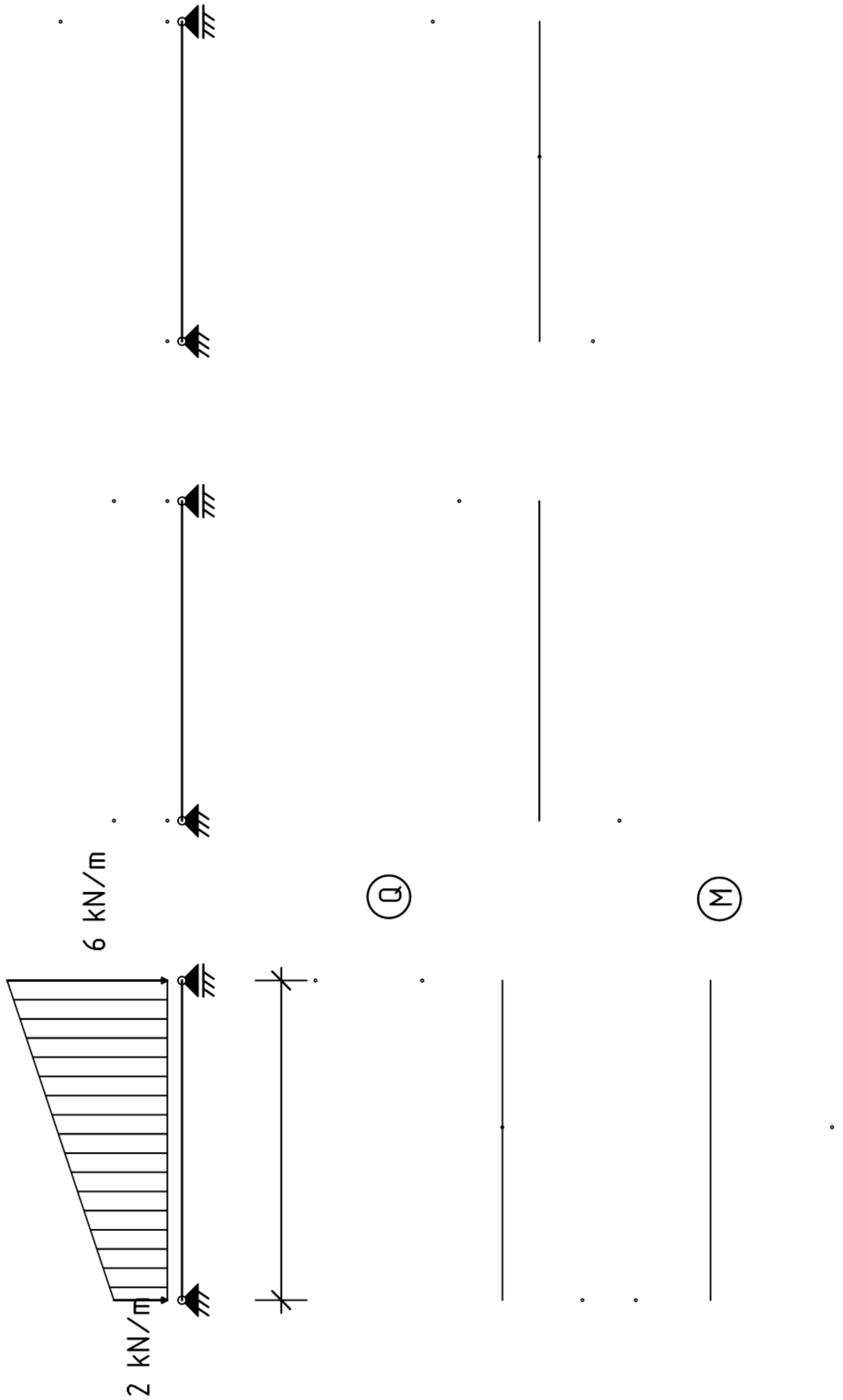


3 charakteristische Bereiche infolge des Systems

3 weitere Unstetigkeiten infolge der Belastung

→ 6 Bereiche

Beispiel 5.3: Anwendung des Superpositionsprinzips



Beispiel 5.3: Berechnungsvarianten:

<table>
<tr>
<td>Variante 1
…über den Weg der schrittweisen Integration</td>
<td>Variante 2
…über den Weg der Schnittführung</td>
</tr>
<tr>
<td>

1. Integrationsschritt

$$q_{(x)} = \frac{2}{3}x + 2$$

Wir suchen die Stammfunktion:

$$Q_{(x)} = \int -q_{(x)}\,dx$$

$$= -\int\left(\frac{2}{3}x + 2\right)dx$$

$$Q_{(x)} = -\frac{1}{3}x^2 - 2x + C_1$$

Randbedingung:

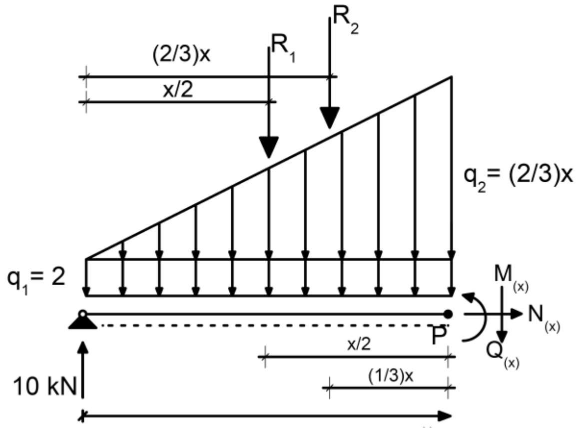
Wir wissen: $Q_{(x=0)} = +10kN$

$$Q_{(x=0)} = -\frac{1}{3}0^2 - 2\cdot 0 + C_1 = +10kN$$

$$\rightarrow C_1 = +10kN$$

$$\boxed{Q_{(x)} = -\frac{1}{3}x^2 - 2x + 10}$$

</td>
<td>



$$R_1 = q_1 x = 2x \qquad R_2 = \frac{2}{3}x\cdot x\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{3}x^2$$

$$\sum F_z = -10 + Q_{(x)} + 2x + \frac{1}{3}x^2 = 0$$

$$\boxed{Q_{(x)} = -\frac{1}{3}x^2 - 2x + 10}$$

</td>
</tr>
<tr>
<td>

2. Integrationsschritt

$$M_{(x)} = \int Q_{(x)}\,dx$$

$$= \int\left(-\frac{1}{3}x^2 - 2x + 10\right)dx$$

$$M_{(x)} = -\frac{1}{9}x^3 - x^2 + 10x + C_2$$

Randbedingung für C_2:

$M_{(x=0)} \equiv 0 \qquad \rightarrow C_2 = 0$

$$\boxed{M_{(x)} = -\frac{1}{9}x^3 - x^2 + 10x}$$

</td>
<td>

$$\sum M_P = M_{(x)} - 10x + 2x\cdot\frac{x}{2} + \frac{1}{3}x^2\frac{1}{3}x = 0$$

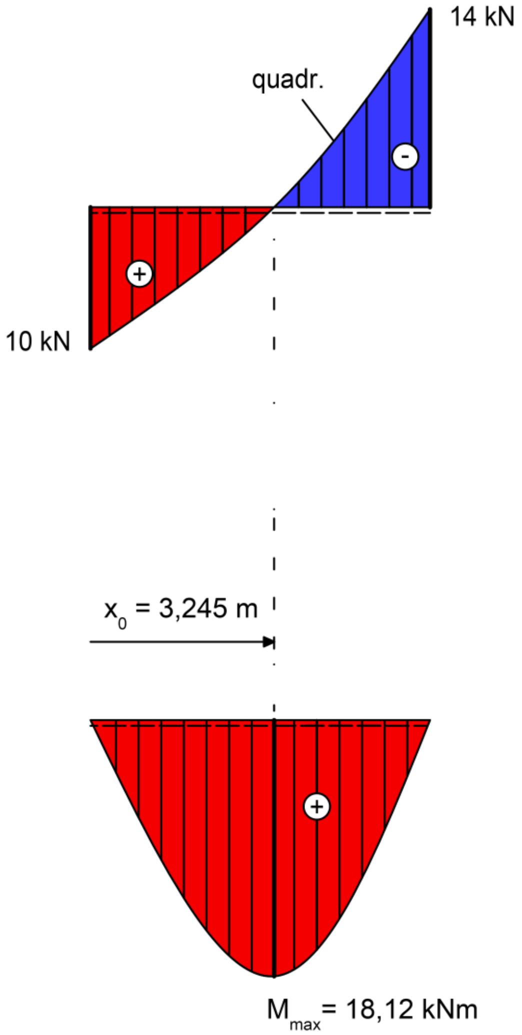
$$\downarrow$$

$$\boxed{M_{(x)} = -\frac{1}{9}x^3 - x^2 + 10x}$$

</td>
</tr>
</table>

Die vollständige Darstellung von Schnittgrößen

Zur vollständigen Darstellung der Schnittgrößen gehören die folgenden Angaben unter Beachtung der entsprechenden Konventionen:



1.) Auftragen des Schnittgrößenverlaufs über die Stabachse mit erkennbarer mathematischen Ordnung

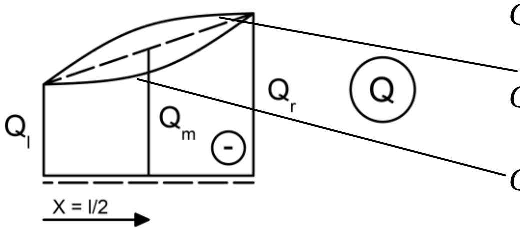
2.) Vorzeichen:
1. positive Schnittgrößen werden auf der Seite der gestrichelten Faser angetragen
2. zusätzliche Symbolik ⊖ und ⊕
3. blau für ⊖
   rot für ⊕

3.) die Werte (Ordinaten) an markanten Stellen als Beträge, da wir das Vorzeichen ausreichend dargestellt haben

4.) Extremstellen sind unbedingt anzugeben (diese stehen natürlich in Zusammenhängen mit den Nullstellen)

5.) markante Stellen wie z. B.
- Sprünge
- Knicke
- Bauchigkeit

Die Frage, nach welcher Seite ein „Parabelbauch" ausgerichtet ist, kann über den Mittelwert zwischen benachbarten Ordinaten ermittelt werden:



$$Q_m = \frac{Q_l + Q_r}{2}$$

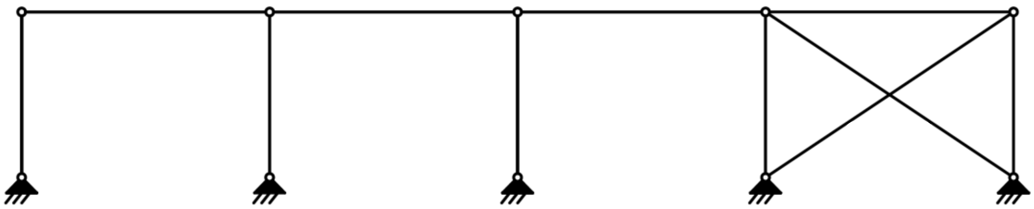
$Q(x = \frac{l}{2}) > Q_m \rightarrow$ Bauch nach oben

$Q(x = \frac{l}{2}) < Q_m \rightarrow$ Bauch nach unten

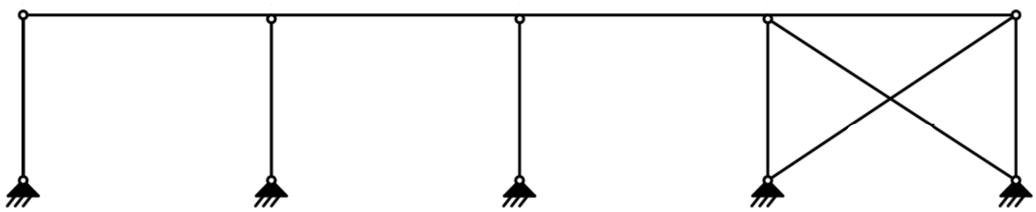
Bei Vorhandensein eines Extremums ist die Bauchigkeit ohnehin festgelegt.

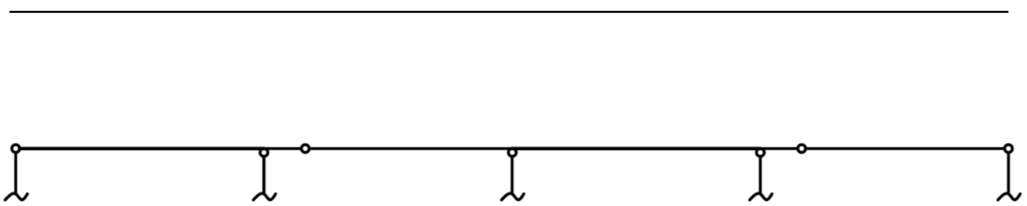
5.4 Der statisch bestimmte Gerberträger

In der Baupraxis werden häufig Träger über mehrere Felder verlegt. Eine Lösung für dieses Bauteil wäre eine Aneinanderreihung von statisch bestimmten Einfeldträgern.



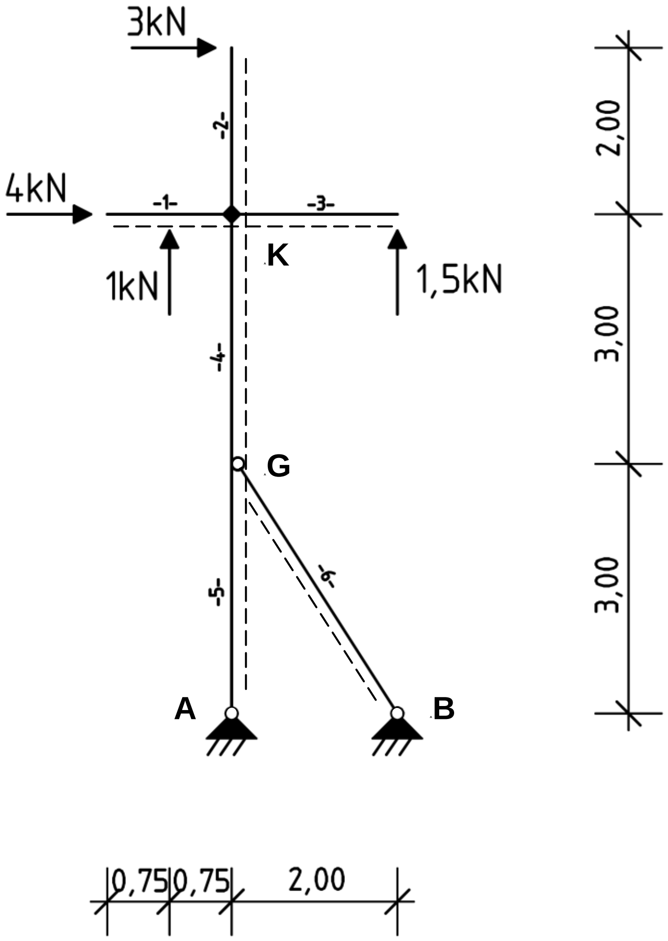
Praktisch und wirtschaftlich ist die Ausbildung des Riegels als eine Aneinanderreihung von Einfeldträgern unsinnig, da die Gelenkausbildung aufwendig ist, Trägerlängen bis zu 20 m lieferbar sind und ein durchgehender Riegel wesentlich steifer ist, und somit geringere Verformungen aufweist. Es ergibt sich bei Verwendung eines Durchlaufträgers eine andere Verformungsfigur und deutlich geringere Verformung.

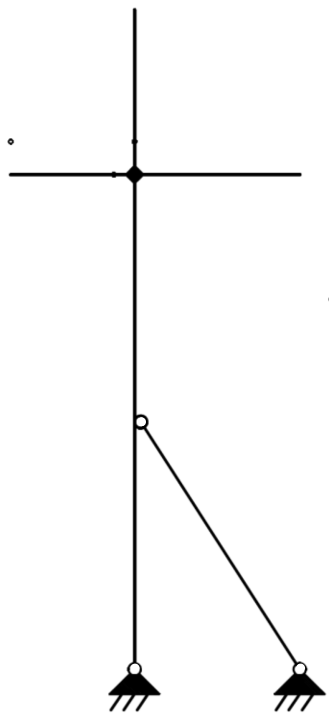




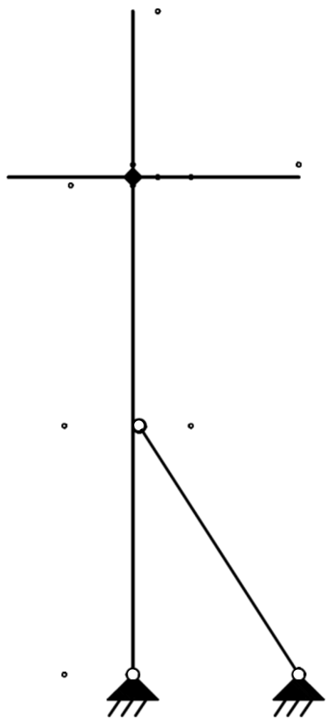
An den Wendepunkten ist das Biegemoment gleich Null. Hier können Gelenke eingebaut werden, ohne dass das Tragverhalten verändert wird. Jedoch dürfen nur so viele Gelenke eingebaut werden, dass der Träger nicht kinematisch verschieblich wird. Der somit richtig konstruierte Träger heißt Gerber-Träger (Gerber 1832 – 1912).
Es können im Endfeld höchstens ein Gelenk, in einem Innenfeld höchstens zwei Gelenke eingebaut werden. Zwischen zwei Feldern mit Gelenk sollte mindestens ein Feld ohne Gelenk angeordnet werden.

Beispiel 5.5

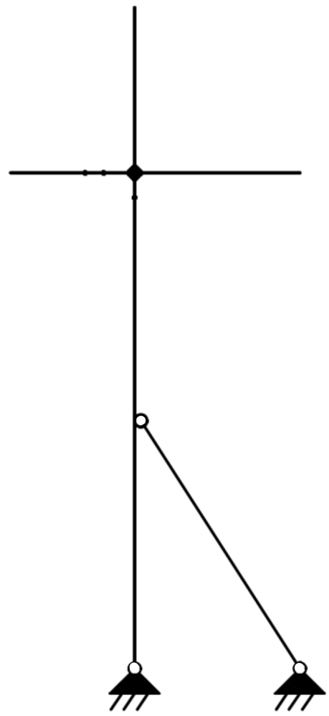




N



Q



M

Lösungsweg zum Beispiel 5.5

Hintergrund der Aufgabe: - verstärktes Arbeiten aus der Anschauung heraus
- Momentengleichgewicht im Kreuzungspunkt

Statische und kinematische Bestimmtheit:

$n = A + Z - 3 \cdot S = 4 + 14 - 3 \cdot 6 = 0$ → Das System ist statisch und kinematisch bestimmt!
oder:
$n = A + Z - 3 \cdot S = 4 + 2 - 3 \cdot 2 = 0$

Auflagerreaktionen:

Das System besitzt mehr als drei Auflagerreaktionen → daher muss zu deren Bestimmung in jedem Fall eine Schnittführung erfolgen…

Gesamtsystem:

$\sum M_A = +B_z \cdot 2{,}0 - 1 \cdot 0{,}75 - 4 \cdot 6{,}0 - 3 \cdot 8{,}0 + 1{,}5 \cdot 2{,}0 = 0$ → $\underline{B_z = 22{,}89\text{ kN}}$

$\sum F_z = -A_z - B_z - 1{,}5 - 1{,}0 = 0$ → $\underline{A_z = -25{,}39\text{ kN}}$

Teilsystem:

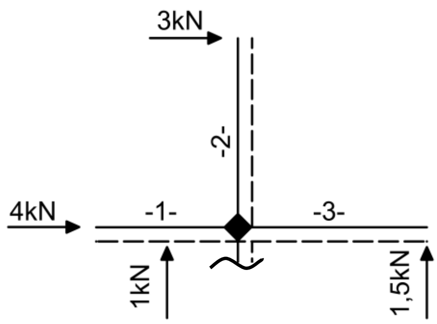
$\sum M_{Gr} = +B_z \cdot 2{,}0 - B_x \cdot 3{,}0 = 0$ → $\underline{B_x = 15{,}26\text{ kN}}$

Gesamtsystem:

$\sum F_x = 4 + 3 + A_x - B_x = 0$ → $\underline{A_x = 8{,}26\text{ kN}}$

Schnittgrößen:

Stab 1:



$N_1 = -4$ kN (konstant)

$Q_{1(links)} = 0$ (konstant)

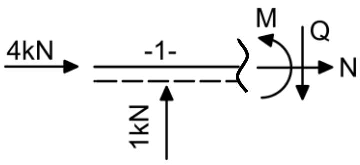
$\sum F_z = -1 + Q_{1(rechts)} = 0$

$\rightarrow Q_{1(rechts)} = 1$ kN (konstant)

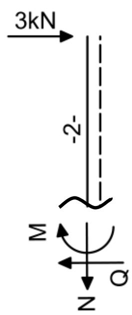
$M_{1(links)} = 0$ (konstant)

$\sum M_{P(rechts)} = -1 \cdot 0{,}75 + M_{1(rechts)} = 0$

$\rightarrow M_{1(rechts)} = 0{,}75$ kNm (linear)



Stab 2:



$N_2 = 0$ kN (konstant)

$\sum F_x = +3 - Q_2 = 0$

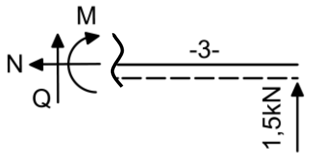
$\rightarrow Q_2 = 3$ kN (konstant)

$M_{2(oben)} = 0$

$\sum M_{P(unten)} = -M_{2(unten)} - 3 \cdot 2{,}00 = 0$

$\rightarrow M_{2(unten)} = -6$ kNm (linear)

Stab 3:



$N_3 = 0$ kN (konstant)

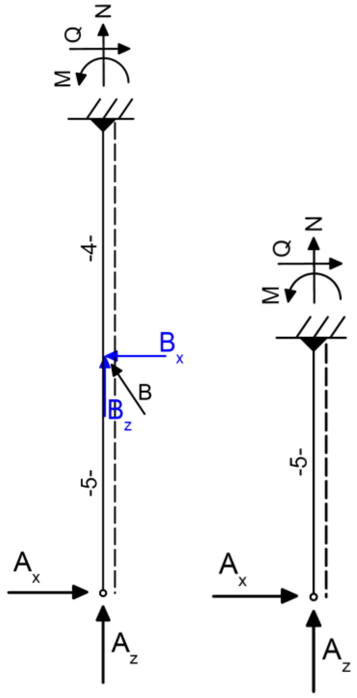
$\sum F_z = -1{,}5 - Q_3 = 0 \;\rightarrow Q_3 = -1{,}5$ kN (konstant)

$M_{3(rechts)} = 0$

$\sum M_{P(links)} = -M_{3(links)} + 1{,}5 \cdot 2{,}00 = 0$

$\rightarrow M_{3(links)} = 3$ kNm (linear)

Stab 4 und Stab 5: → Ersatzsysteme bilden:



$\sum F_z \quad = - N_4 - A_z - B_z = 0$

$\rightarrow N_4 \quad = - (-25{,}39) - 22{,}89 = 2{,}50$ kN (konstant)

$\sum F_x \quad = - B_x + A_x + Q_4 = 0$

$\rightarrow Q_4 \quad = 15{,}26 - 8{,}26 = 7$ kN (konstant)

$\sum M_{P(oben)} \quad = M_4 - B_x \cdot 3{,}00 + A_x \cdot 6{,}00 = 0$

$\rightarrow M_{4(oben)} \quad = - 3{,}75$ kNm (linear)

$M_{4(unten)} \quad = M_{5(oben)} = -A_x \cdot 3{,}00 = -24{,}78$ kNm (linear)

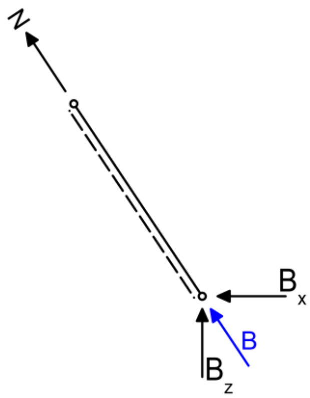
$M_{5(unten)} \quad = 0$

$N_5 = - A_z \quad = - (-25{,}39) = 25{,}39$ kN (konstant)

$Q_5 = -A_x \quad = - 8{,}26$ kN (konstant)

Stab 6:

<u>Alternativ:</u> Die Wirkungslinie der Resultierenden von B_x und B_z muss mit der Stablängsachse von Stab 6 übereinstimmen, da Stab 6 als Pendel nur eine solche gerichtete Kraft aufnehmen kann. → Die Normalkraft in Stab 6 entspricht der Resultierenden aus B_x und B_z.

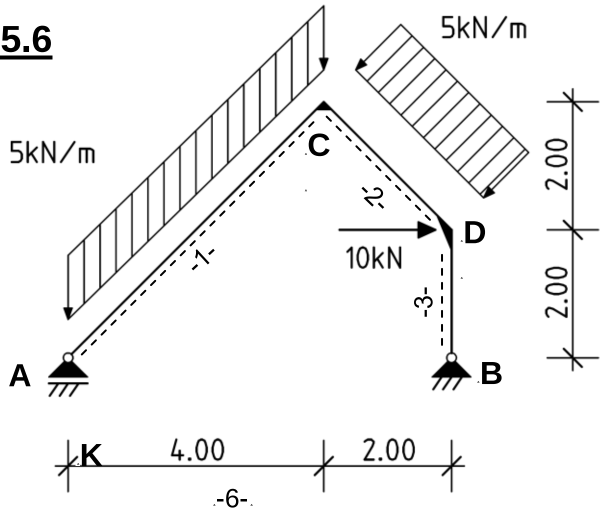


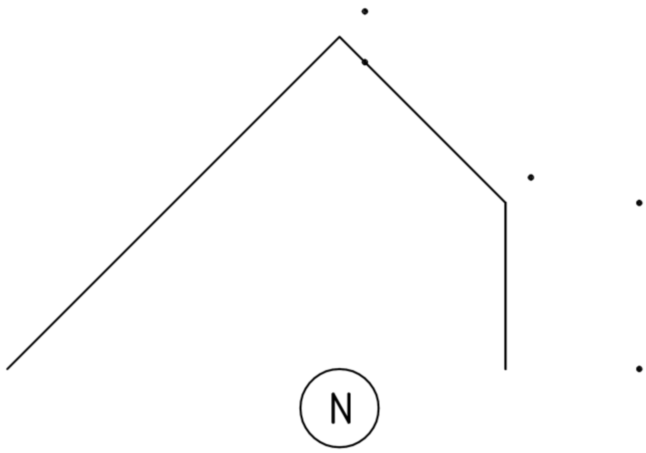
$$N_6 = -B = -\sqrt{B_x^2 + B_z^2} = 27{,}51\,kN$$ (konstant)

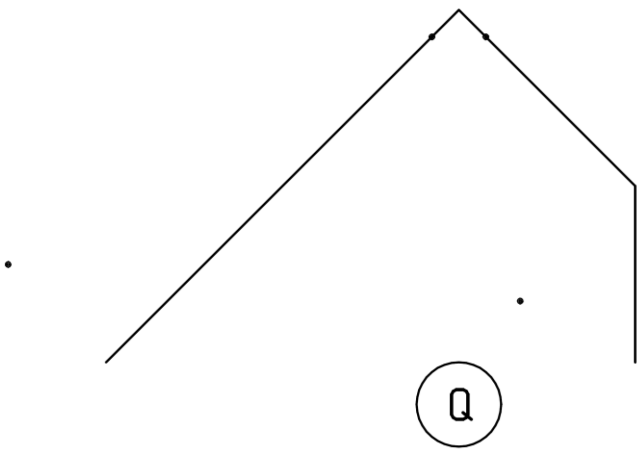
$Q_6 \equiv 0$

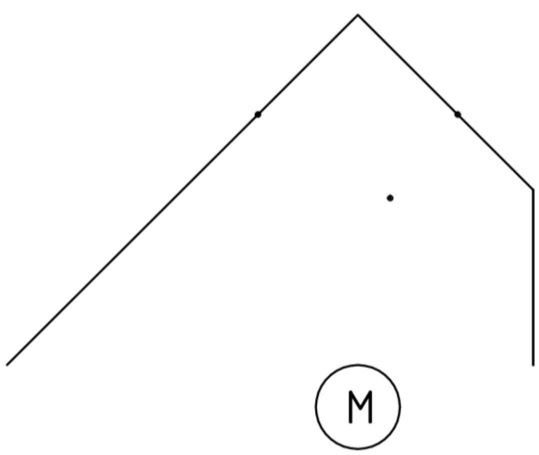
$M_6 \equiv 0$

Beispiel 5.6









Lösungsweg zum Beispiel 5.6

Inhaltliche Schwerpunkte:
- Linienlasten
- geneigte Stäbe
- Rahmensituationen
- Extremstellen

Statische und kinematische Bestimmtheit

$n = A + z - 3 \cdot s = 3 + 6 - 3 \cdot 3 = 0$ → Das System ist statisch und kinematisch bestimmt!

Auflagerreaktionen

Gesamtsystem:

$\sum M_B = -A_z \cdot 6{,}0 + 28{,}28 \cdot 4{,}0 + 10 \cdot 1{,}0 + 10 \cdot 3{,}0 - 10 \cdot 2{,}0 = 0$ → $\underline{A_z = 22{,}2 \text{ kN}}$

$\sum F_x = B_x + 10 - 10 = 0$ → $\underline{B_x = 0}$

$\sum F_z = 10 + 28{,}28 - A_z - B_z = 0$ → $\underline{B_z = 16{,}1 \text{ kN}}$

Schnittgrößen

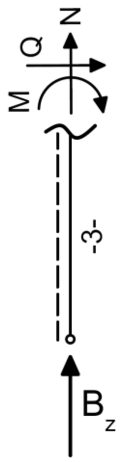
Stab 3:

$N_3 = -B_z = -16{,}1 \text{ kN}$ (konstant)

Es sind keine Querkräfte senkrecht zur Stabachse vorhanden.

$Q_3 = 0$

$M_3 = 0$



Stab 1:

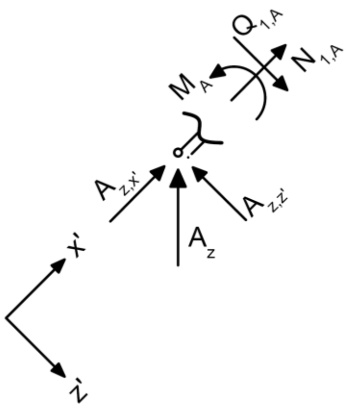
$M_A \equiv 0$ (wegen dem Gelenk)

$\sum F_{x'} = N_{1,A} + A_{z,x'} = N_{1,A} + \frac{22{,}2}{\sqrt{2}} = 0$

→ $N_{1,A} = -15{,}69 \text{ kN}$ (linear)

$\sum F_{z'} = Q_{1,A} - A_{z,z'} = Q_{1,A} - \frac{22{,}2}{\sqrt{2}} = 0$

→ $Q_{1,A} = 15{,}69 \text{ kN}$ (linear)



Schnitt unmittelbar vor Punkt C

$\sum F_{x'} = N_{1,C} + A_{z,x'} - R_{x'} = 0$

$= N_{1,C} + \frac{22,2}{\sqrt{2}} - \frac{28,28}{\sqrt{2}} = 0$

$\rightarrow N_{1,C} = 4,30$ kN (linear)

$\sum F_{z'} = Q_{1,C} - A_{z,z'} + R_{z'} = 0$

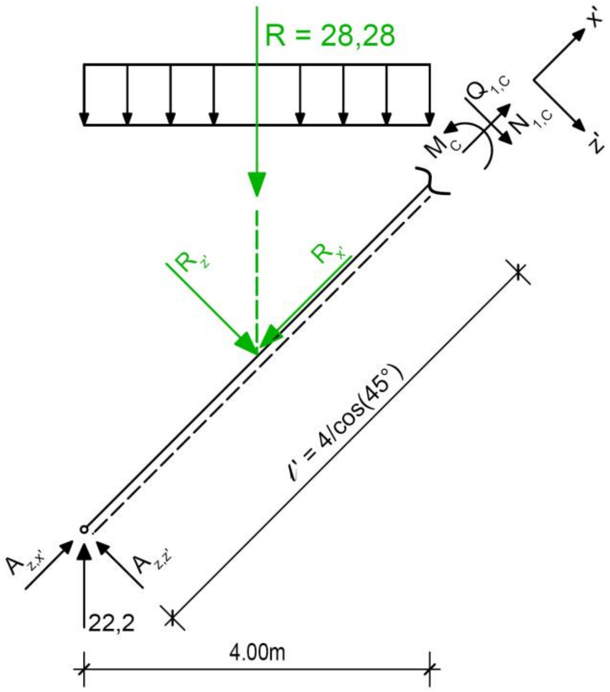
$= Q_{1,C} - \frac{22,2}{\sqrt{2}} + \frac{28,28}{\sqrt{2}} = 0$

$\rightarrow Q_{1,C} = -4,30$ kN (linear)

$\sum M_{C'} = M_{1,C} - A_{z,z'} \cdot \ell' + R \cdot 2,0 = 0$

$= M_{1,C} - \frac{22,2}{\sqrt{2}} \cdot \frac{4,0}{\cos 45°} + 28,28 \cdot 2,0 = 0$

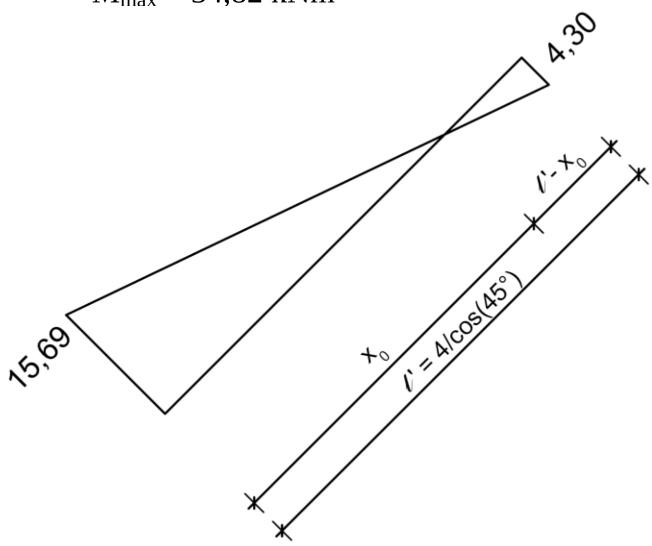
$\rightarrow M_{1,C} = 32,2$ kNm (quadratisch)

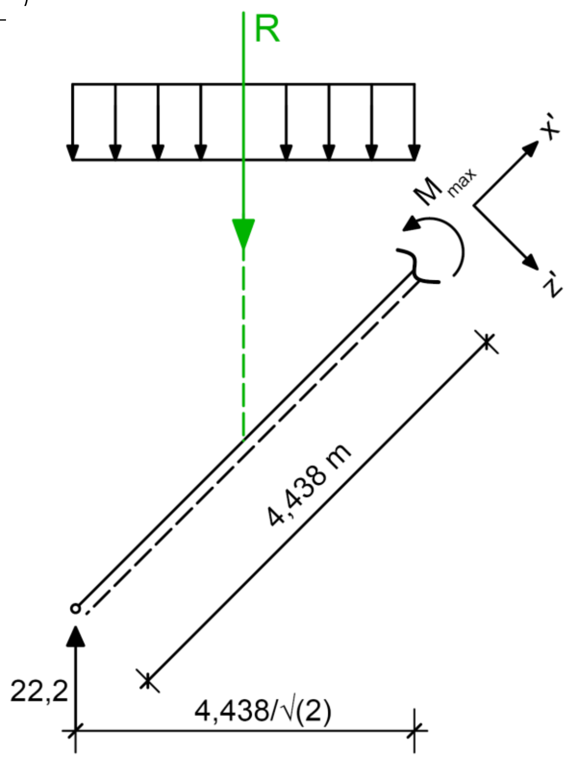


Zur Bestimmung von $M_{max} = M_{(x=4,438m)}$ wird bei $x_0 = 4,438$ m geschnitten.

$$\sum M_{(x=4,438m)} = M_{max} - 22,2 \cdot \frac{4,438}{\sqrt{2}} + 7,07 \cdot \frac{4,438}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\left(\frac{4,438}{\sqrt{2}}\right)}{2}$$

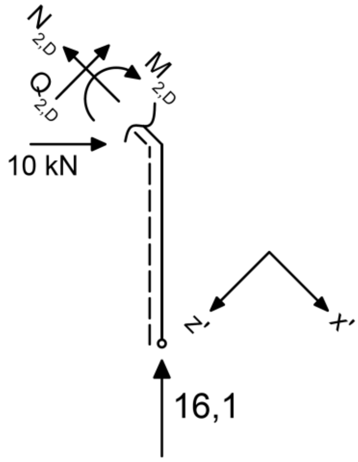
$\rightarrow M_{max} = 34,82$ kNm





Stab 2:

Schnitt in Punkt D:



$\sum M = M_{2,D} = 0$ (quadratisch)

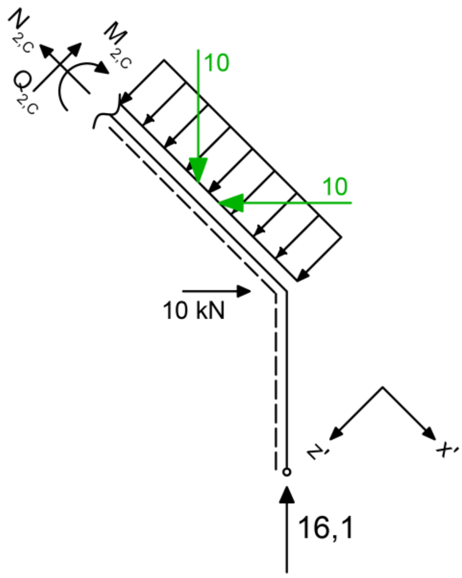
$\sum F_{x'} = -N_{2,D} + \frac{10}{\sqrt{2}} - \frac{16{,}1}{\sqrt{2}} = 0$

$\rightarrow N_{2,D} = -4{,}32$ kN (konstant)

$\sum F_{z'} = Q_{2,D} - \frac{10}{\sqrt{2}} - \frac{16{,}1}{\sqrt{2}} = 0$

$\rightarrow Q_{2,D} = -18{,}45$ kN (linear)

Schnitt in Punkt C:



$M_{2,C} = M_{1,C}$ (quadratisch)

$\sum F_{x'} = -N_{2,C} + \frac{10}{\sqrt{2}} + \frac{10}{\sqrt{2}} - \frac{10}{\sqrt{2}} - \frac{16{,}1}{\sqrt{2}} = 0$

$\rightarrow N_{2,C} = -4{,}32$ kN (konstant)

$\sum F_{z'} = -Q_{2,C} - \frac{10}{\sqrt{2}} + \frac{10}{\sqrt{2}} + \frac{10}{\sqrt{2}} - \frac{16{,}1}{\sqrt{2}} = 0$

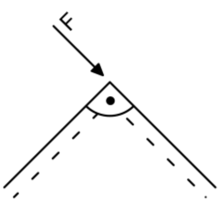
$\rightarrow Q_{2,C} = -4{,}32$ kN (linear)

Bemerkungen

1) Die Streckenlast auf Stab 2 besitzt keine Lastkomponente in Stablängsrichtung; insofern hat sie keinen Einfluss auf die Verläufe der Normalkraft. Lediglich die Querkraft wird verändert.
2) Bei 90°-Ecken tauschen Normalkraft und Querkraft ihre Schnittgrößenbeträge:

→ Vorzeichen beachten!

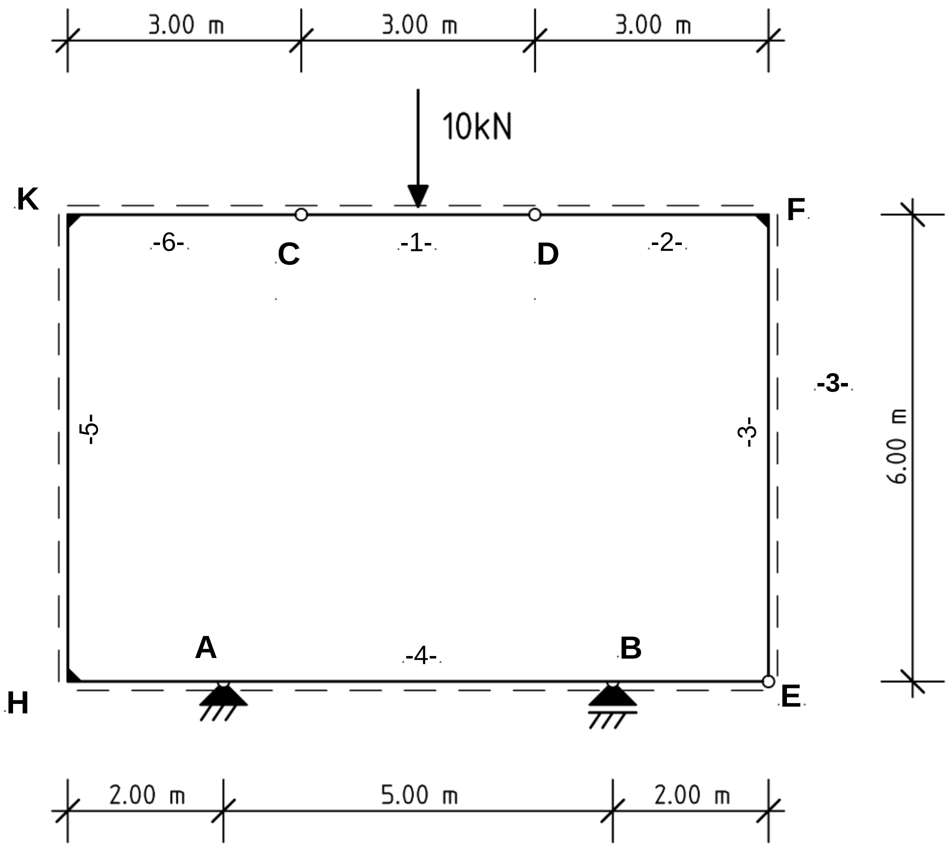
Dies gilt nur, wenn die Ecke selbst keine Einzellast aufweist.

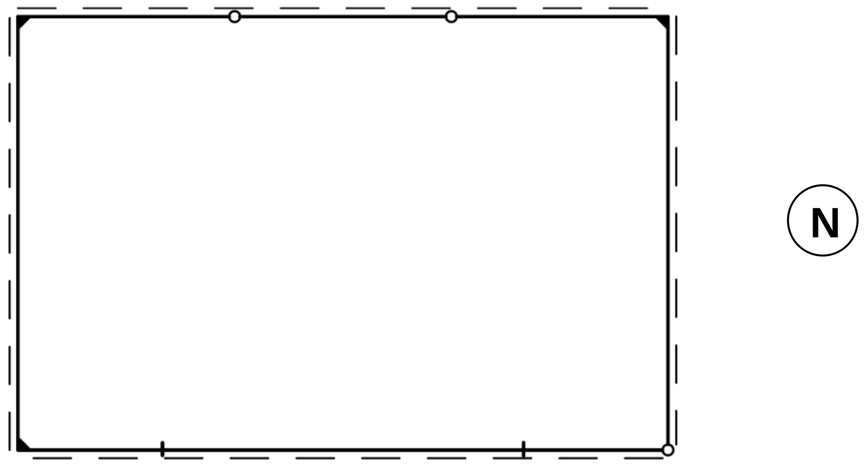


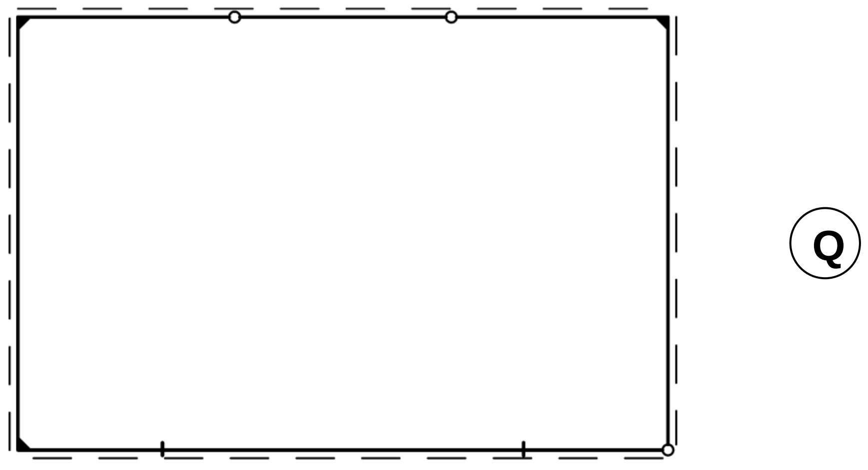
Das Zusammenspiel von Q_l und N_r ist durch die Einzellast sprungartig gestört.

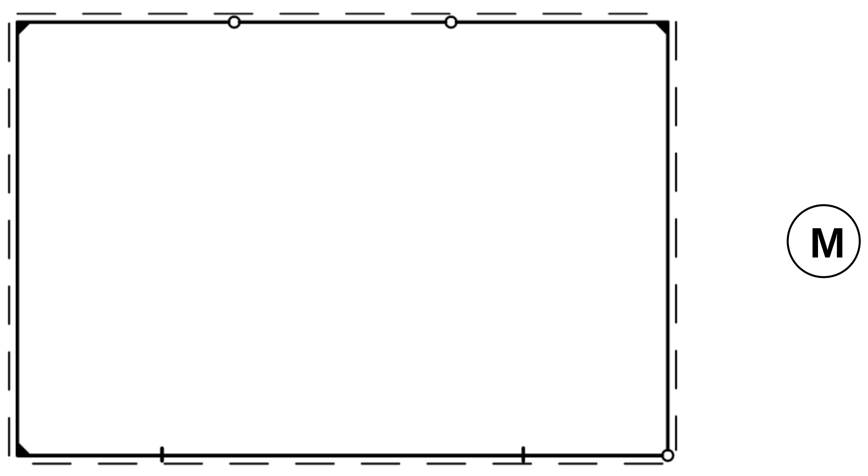
$|Q_l| - |N_r| = |F|$

Beispiel 5.7



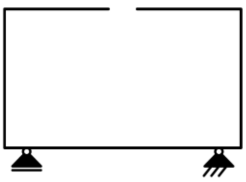
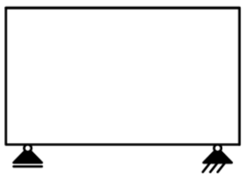
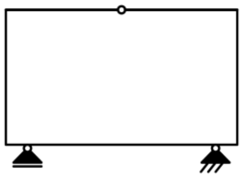
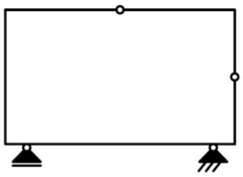
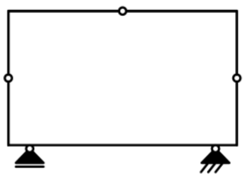

N


Q


M

Herangehensweise bei geschlossenen Systemen

Kernfrage: „Wo fange ich bei geschlossenen Systemen an?"

offenes System  Ein-Stab-Modell: n= 0 $n = 3 + 0 - 3 \cdot 1 = 0$	Rahmen wird biegesteif verschweißt  $n = 3 + 3 - 3 \cdot 1 = 3$ 3-fach statisch unbestimmt	Rahmen mit einem Gelenk  $n = 3 + 2 - 3 \cdot 1 = 2$ 2-fach statisch unbestimmt
Rahmen mit zwei Gelenken  $n = 3 + 4 - 3 \cdot 2 = 1$	Rahmen mit drei Gelenken  $n = 3 + 6 - 3 \cdot 3 = 0$	

Fazit:

Beim Freischneiden entstehen immer zwei Schnittufer, da man den Schnitt in den Rahmen hereinführt und ihn wieder herausführen muss, was maximal zu 3 Unbekannten Schnittgrößen je Schnittufer also 6 Unbekannten führt. Ein geschlossenes Rahmensystem muss allerdings, wie oben dargestellt, zur Gewährleistung der statischen Bestimmtheit exakt drei Gelenke (oder andere Verbindungen mit geringerer Wertigkeit) aufweisen. Der Schnitt kann (und sollte) daher immer durch zwei Gelenke geführt werden, da in den Gelenken M identisch Null ist, und somit 2 Unbekannte im Schnitt entfallen.