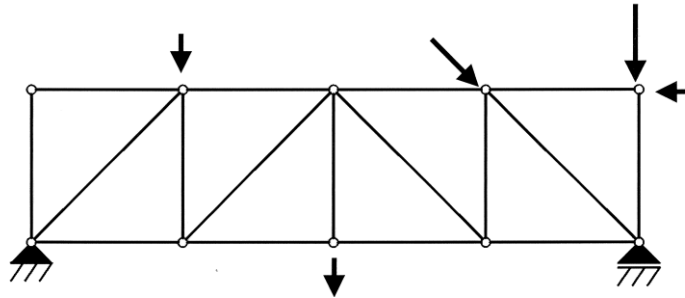


Kapitel 6: Fachwerke

6.1 Konstruktionsmerkmale

Fachwerke sind grundsätzlich eine „vereinfachte Sonderform“ des Stabwerkes. Es sind folgende Besonderheiten bzw. Konstruktionsmerkmale zu beachten:



- Das Fachwerk besteht nahezu ausschließlich aus Pendelstäben (wenn man das Eigengewicht vernachlässigt)
- Alle Stäbe treffen sich in den so genannten Knoten, die als reibungsfreie Vollgelenke betrachtet werden (Knoten bilden zentrale Kräftegruppen)
- Alle Kräfte, einschließlich der Auflagerkräfte, greifen in den Knoten an. Ausnahme ist das Eigengewicht der Stäbe. Angehängte Lasten aus der Haustechnik, Lampen, Leitungen, Lüftungskanäle oder Abhangdecken sollten über eine Unterkonstruktion auch in die Knoten eingeleitet werden.

Ausnahme: Ober- und Untergurt laufen aus praktischen Gründen des Bauablaufes biegesteif durch (vgl. Ausführungen zum Gerberträger). Dies hat bei der Berechnung kaum eine Relevanz, wenn man die anderen Konstruktionsregeln und die ausschließliche Belastung in den Knoten beachtet.

6.2 Statische und kinematische Bestimmtheit von Fachwerken

Bei der Berechnung von Fachwerken steht das Gleichgewicht des Knotens im Vordergrund.

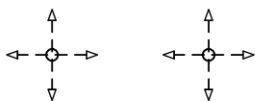
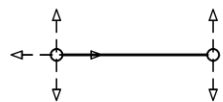
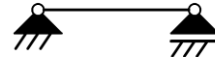
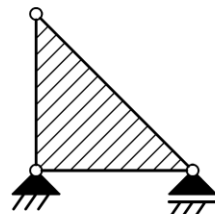
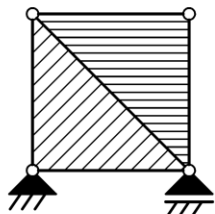
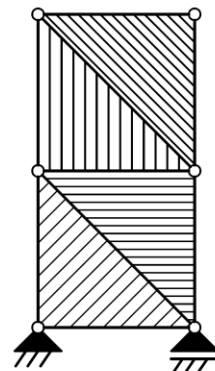
Notwendiges Abzählkriterium (in der Ebene):

2 Freiheitsgrade pro Knoten = Summe aller Auflagerwertigkeiten + Anzahl aller Stäbe

$$2 K = A + S$$

Bei der Untersuchung der statischen und kinematischen Bestimmtheit kann die Betrachtung des Dreiecks als Basiselement des Fachwerks sehr hilfreich sein.

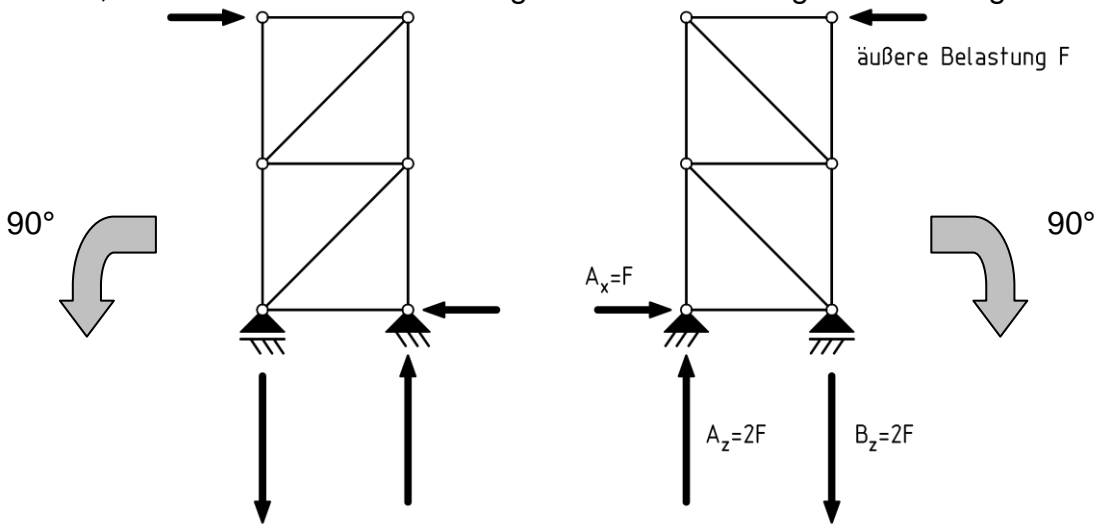
Basiselement des Fachwerks: Fachwerke werden i. d. R. aus gelenkig verbundenen Stabdreiecken konstruiert, die in sich stabil also kinematisch nicht verschieblich sind! Dies wird nachfolgend mit Hilfe des Aufbaukriterium (Kapitel 4) schrittweise erläutert:

<p>1.</p>  <p>2 Knoten bedeuten in der Ebene 4 FG; Dies macht 4 Fesseln erforderlich!</p>	<p>2.</p>  <p>Ein Stab nimmt den beiden Knoten die voneinander unabhängige Translation in Stablängsrichtung</p>	<p>3.</p> <p style="text-align: center;">$2K = 4 = 3 + 1 = A + S$</p>  <p>Die drei Auflagerreaktionen behindern die drei letzten FG</p>
<p>4.</p> <p style="text-align: center;"><u>Basiselement des Fachwerks</u></p>  <p style="text-align: center;">$2K = 6 = 3 + 3 = A + S$</p>	<p>5.</p> <p>Jeder weitere Knoten wird mit zwei Stäben “pendelnd angehängt“</p>  <p style="text-align: center;">$2K = 8 = 3 + 5 = A + S$</p>	<p>6.</p>  <p style="text-align: center;">$2K = 12 = 3 + 9 = A + S$</p>

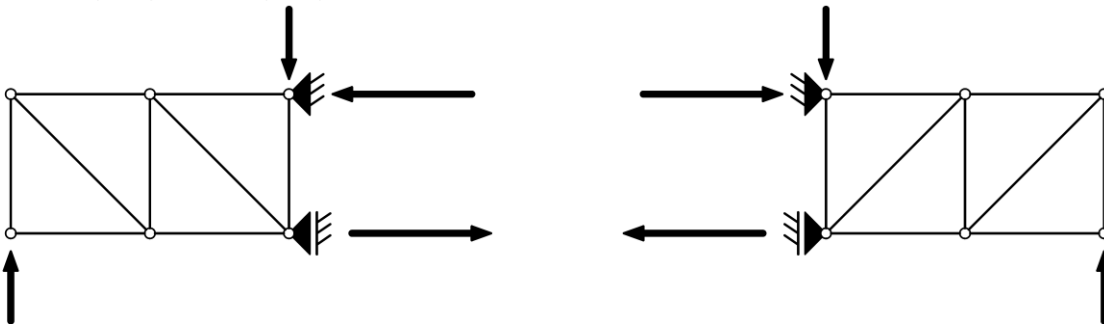
6.3 Lastabtragungsverhalten von Fachwerken

Wir betrachten einen einfachen Fachwerkturm, der durch die äußere Kraft F beansprucht wird (vgl. erste Vorlesung). Es stellen sich Auflagerreaktionen ein. Das Kippmoment aus dem Produkt von F und der Bauwerkshöhe wird durch das äquivalente Kräftepaar A_z und B_z aufgenommen (Analogie zum Moment). Die äußere Last F selbst, die quer zur Turmachse wirkt, wird über die Querstäbe und Diagonalen bis ins Auflager abgetragen (Analogie zur Querkraft).

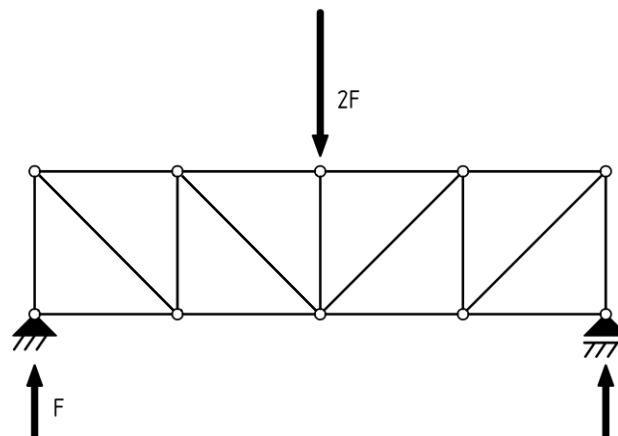
Wir benutzen zur Verdeutlichung zwei spiegelsymmetrisch angeordnete, baugleiche Türme, schneiden diese frei und tragen alle zum Gleichgewicht beitragenden Kräfte an:



Aus dieser Anordnung werden die Türme um 90° in die Horizontale gedreht. Unter Vernachlässigung des Eigengewichtes bleibt das Kraftbild unverändert.



Entfernt man die Auflager und fügt die Türme zusammen, so ergibt sich ein Fachwerkträger auf zwei Auflagern mit einer mittigen Last von $2F$. Es entstehen der sog. Obergurt und der Untergurt. Die vorherigen Auflagerkräfte, die das Kippen des Turmes verhinderten, gewährleisten jetzt das Momentengleichgewicht im Träger. Die Querkraft im System wird durch die Diagonalen und die jetzt als Vertikalstäbe bezeichneten Querstäbe übertragen.

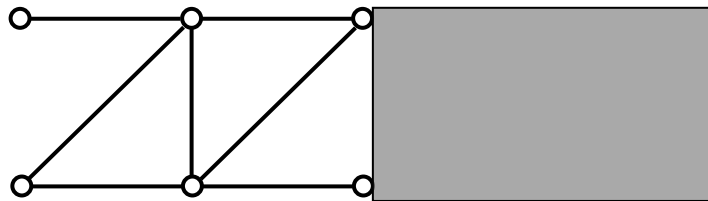


Wie arbeitet also ein Fachwerk...? Zusammenfassung

Vergleicht man das Fachwerk aus Anlage 6.3 Blatt 1 mit einem Biegeträger unter gleicher Belastung, so erkennt man, dass die Schnittgrößen (Biegung und Querkraft) beim Fachwerkträger in äquivalenter Weise aufgenommen werden bzw. die Belastung in die Auflager abgetragen werden muss, obwohl der jeweilige Pendelstab weder Querkraft noch Biegemoment übertragen kann.

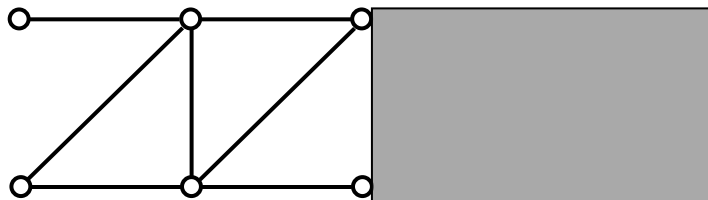
Wir verbinden zu Verdeutlichung dieses Sachverhaltes einen Balkenabschnitt (graue Fläche) mit einem Fachwerkabschnitt.

Ein Biegemoment, welches durch einen sich krümmenden Stab aufgenommen werden kann, wird auf der Fachwerkseite durch ein äquivalentes Kräftepaar aufgenommen:

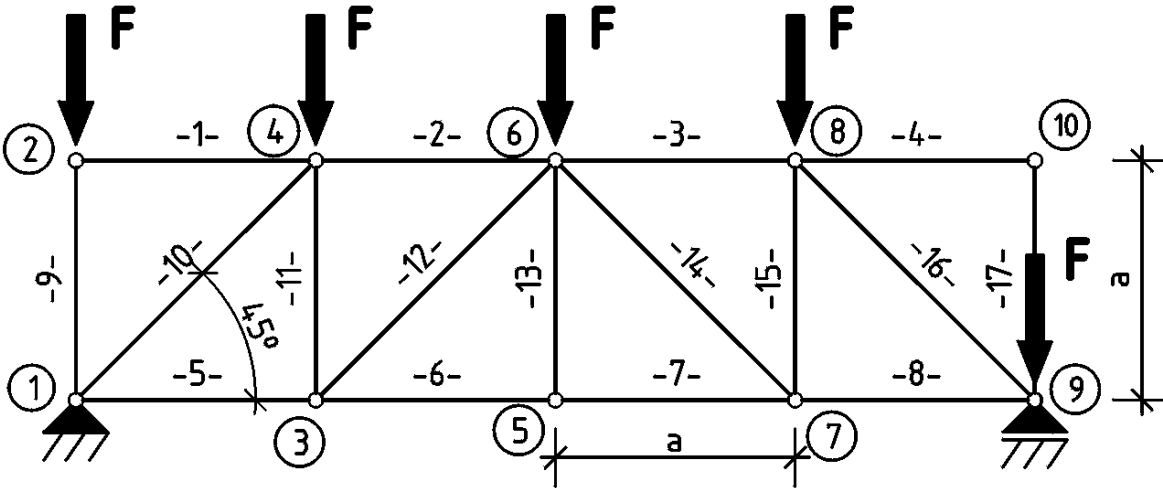


Das Moment wird also durch das äquivalente Kräftepaar aus der Druck- und Zugkraft im Ober- und Untergurt gebildet. Der Achsabstand zwischen Ober- und Untergurt bildet dabei den Hebel.

Eine Querkraft kann dagegen nur von den Vertikalstäben und Diagonalen aufgenommen werden, da deren Normalkräfte eine Komponente quer zum Fachwerk besitzen. Der Ober- und Untergurt können dies nicht leisten.



6.4.1 Knotengleichgewichtsverfahren



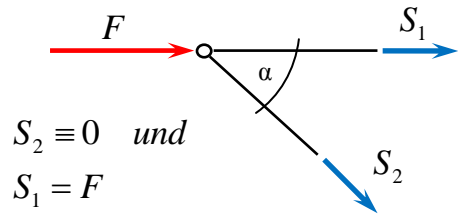
Statische und kinematische Bestimmtheit:

Auflagerreaktionen:

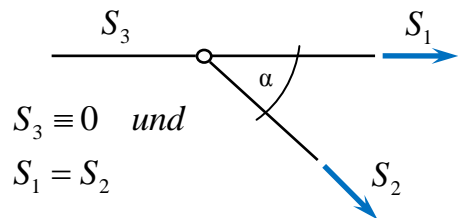
Gleichgewicht im Knoten 2:

Nullstabkriterien:

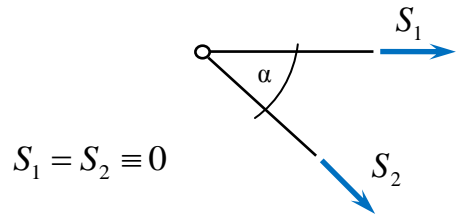
Sind an einem Knoten lediglich zwei Stäbe angebunden, deren Stabachsen in einem beliebigen Winkel α (jedoch $\alpha \neq 0$) zueinander stehen und greift an diesem Knoten eine äußere Last an, deren Wirkungslinie mit einer der beiden Stabachsen übereinstimmt, so ist der schräg zu dieser Wirkungslinie angeordnete Stab ein Nullstab.
z.B. Stab 1



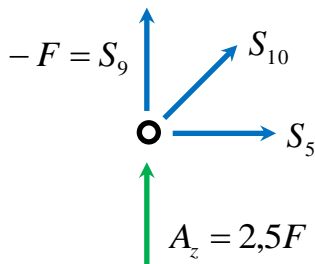
Analog zu 1), jedoch ist hier anstelle der äußeren Kraft ein weiterer Stab angebunden, dessen Stablängsachse mit einer der beiden anderen Stäbe übereinstimmt.
z.B. Stab 13



Greifen an einem Knoten lediglich zwei Stäbe an, die in einem Winkel $\alpha \neq 0$ zueinander stehen und keine weitere äußere Kraft, so sind beide Stäbe Nullstäbe.
z.B. Stab 4 und 17



Gleichgewicht im Knoten 1:



$$\sum_{\rightarrow+} F_x = -2,5F - S_9 - S_{10} \frac{1}{\sqrt{2}} = 0$$

$$\rightarrow S_{10} = -2,12 F$$

$$\sum_{\downarrow+} F_z = S_{10} \frac{1}{\sqrt{2}} + S_5 = 0$$

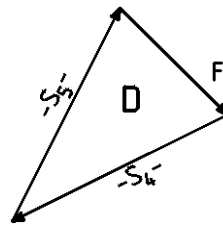
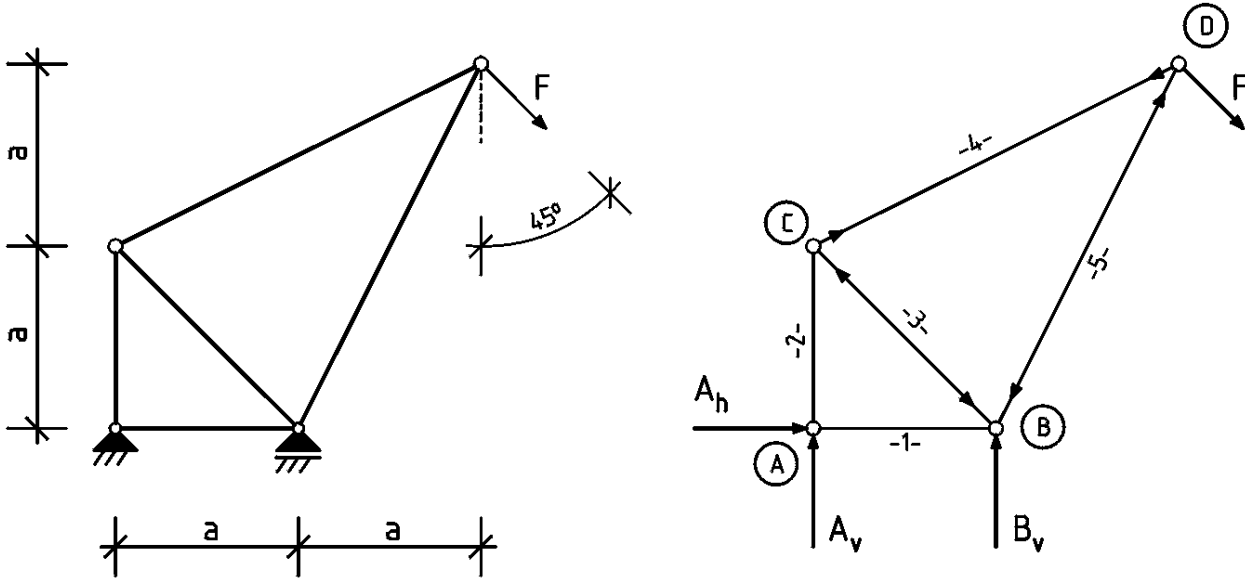
$$\rightarrow S_5 = 1,5 F$$

Tabelle mit F-fachen Stabkräften:

S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9
0	-1,5	-1,5	0	1,5	2,0	2,0	1,5	-1,0

S_{10}	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{15}	S_{16}	S_{17}	
-2,12	0,5	-0,71	0	-0,71	0,5	-2,12	0	

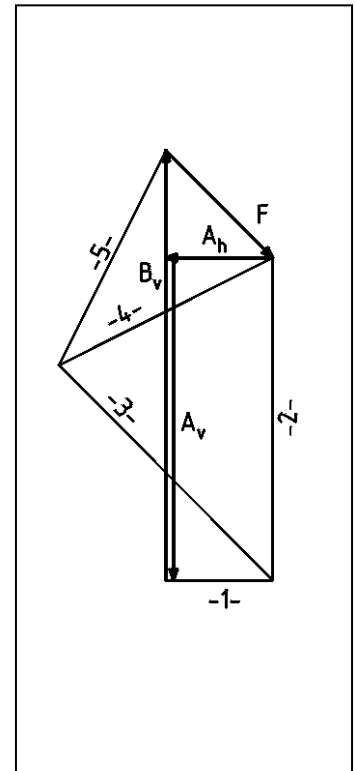
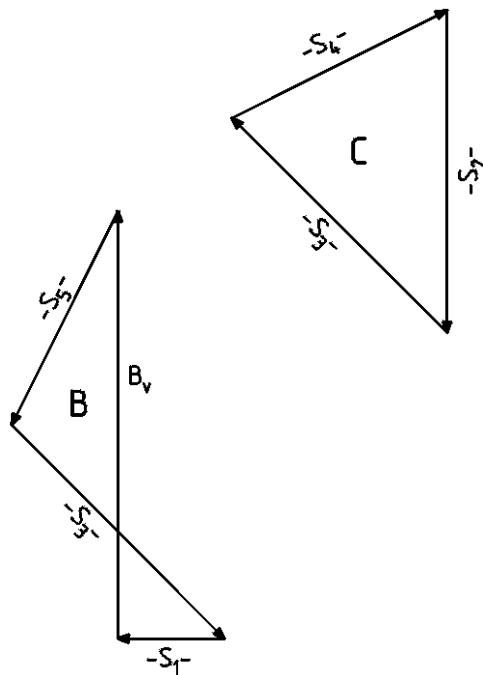
6.4.2 Cremona – Plan:



Auflagerreaktionen:

.

.



6.4.3 Ritter'sche Schnittverfahren:

