

Inhaltsverzeichnis "Mechanik I"

1 Einführung

- 1.1 T.M.: Der Begriff der „Technischen Mechanik“, (Bedeutung, Unterteilung)
- 1.2 Modellbildung im Ingenieuralltag
- 1.3 Grundbegriffe
- 1.4 Das Kraftvektormodell

2 Kräfte mit gemeinsamen Angriffspunkt

- 2.1 Allgemeines
- 2.2 Zentrale Kräftegruppe mit zwei Kräften (graphisch)
- 2.3 Zentrale Kräftegruppe mit mehreren Kräften (graphisch)
- 2.4 Die zwei Gleichgewichtsbedingungen des Punktes in der Ebene hinsichtlich der Translation (rechnerisch)
- 2.5 Die vier charakteristischen Beanspruchungen und ihre konstruktive Ausbildung (Beispiele aus der Praxis)
- 2.6 Das Seil als optimales Tragwerk
- 2.7 Der Pendelstab
- 2.8 Seile über Rollen
- 2.9 Kraftübertragung mittels reibungsbehafteter und reibungsfreier Kontaktflächen

3 allgemeine Kräftesysteme

- 3.1 Allgemeines
- 3.2 "Reduzierung" einer allgemeinen Kräftegruppe mittels:
 - 3.2.1 Bildung von Teilresultierenden
 - 3.2.2 Seileckverfahren
- 3.3 Das nicht reduzierbare Kräftepaar → der Begriff des Momentes (freier Vektor)
- 3.4 Die dritte Gleichgewichtsbedingung in der Ebene (Rotation)
- 3.5 Die Culmann-Gerade

4 Gleichgewicht am ebenen und räumlichen Körper

- 4.1 Freiheitsgrade und Gleichgewichtsbedingungen (Gleichgewicht am Teilsystem, „Freischneiden“)
- 4.2 Einwirkungen (Lastannahmen): Einzellast/ -moment, Linienlast/ -moment, Flächenlast
- 4.3 Lagerungs- und Verbindungsarten
- 4.4 Statische und kinematische Bestimmtheit
- 4.5 Auflagerreaktionen, (Freischneiden von Teilsystemen)
- 4.6 Der statisch bestimmte Einfeldträger

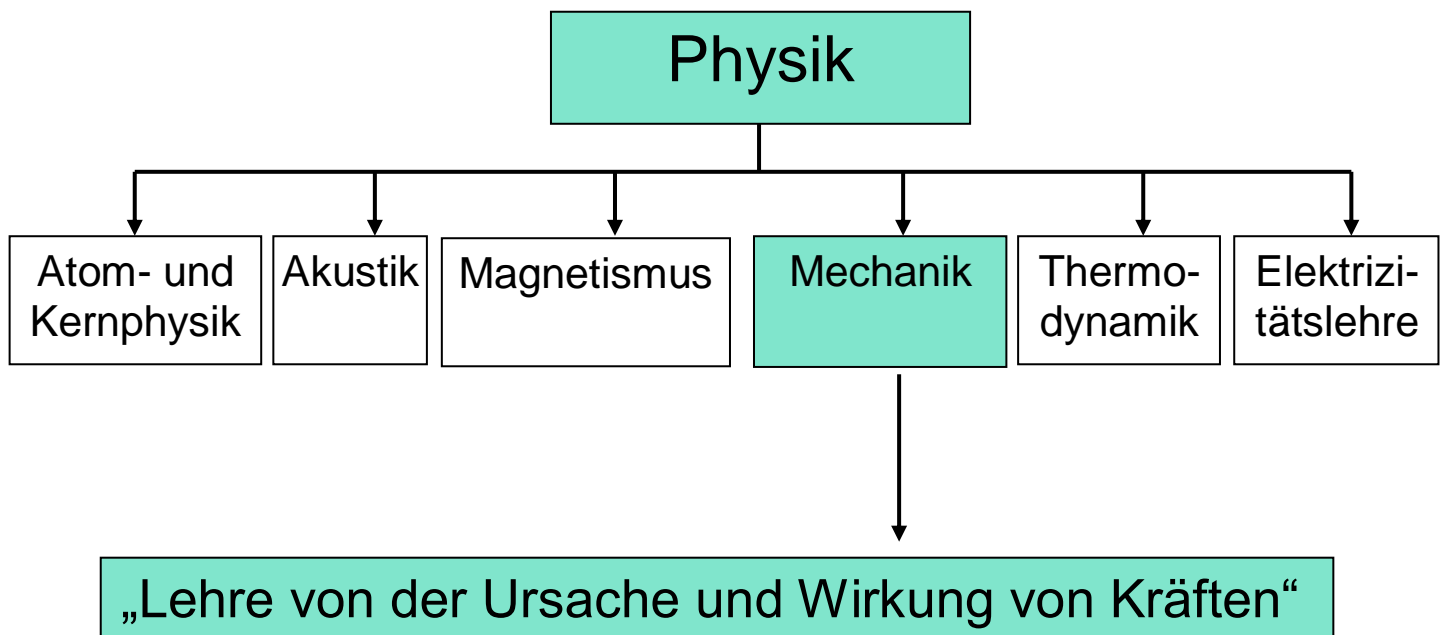
5 Schnittgrößen ebener Stabwerke

- 5.1 Einleitung
 - 5.1.1 Belastung, Verformung, Krümmung, Biegung
 - 5.1.2 Moment, Querkraft und Normalkraft
- 5.2 Vorzeichenkonvention ("gestrichelte Faser")
- 5.3 Schnittgrößenermittlung
 - 5.3.1 Punktuelle Schnittgrößenermittlung
 - 5.3.2 N, M, Q als Funktion der Laufkoordinate x
 - 5.3.3 Math. und mech. Zusammenhang zwischen q, Q und M
 - 5.3.4 Darstellung von Schnittgrößen
 - 5.3.5 Übungsbeispiele
- 5.4 Der Gerber-Träger

6 Fachwerke

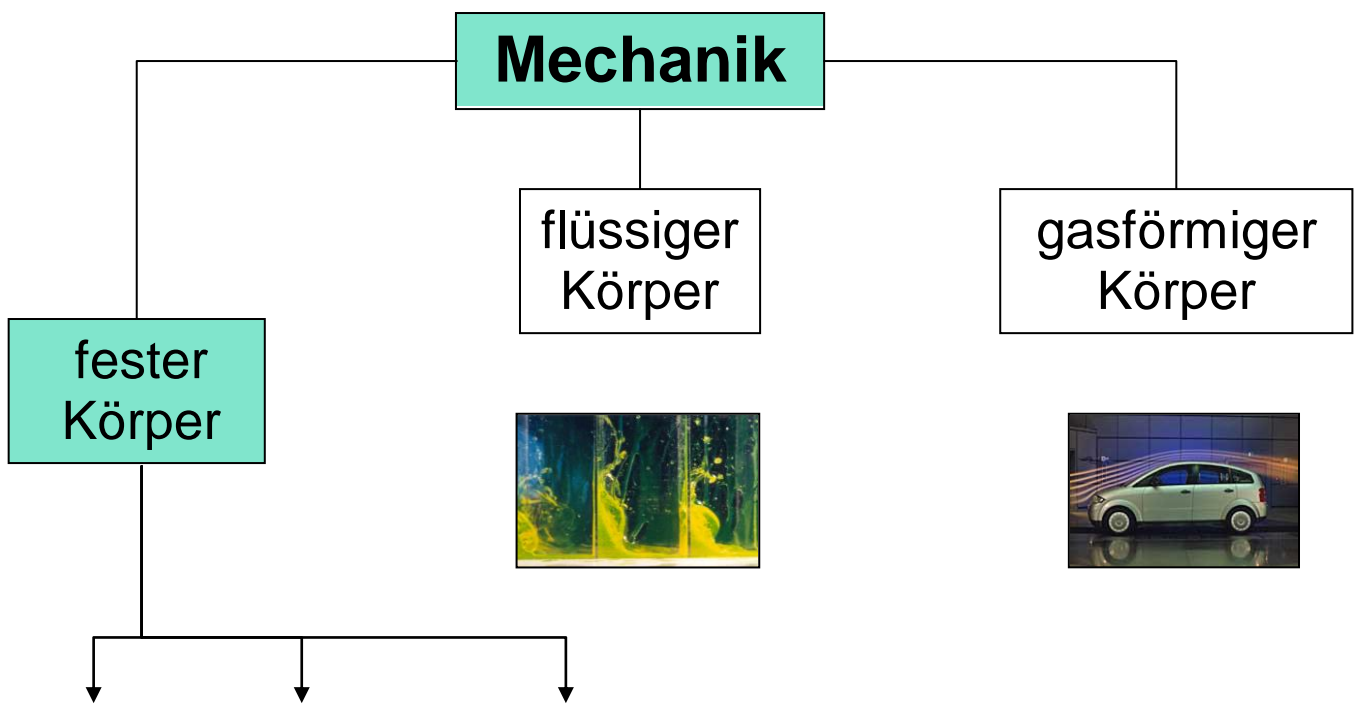
- 6.1 Konstruktionsmerkmale
- 6.2 Statisch und kinematische Bestimmtheit von Fachwerken
- 6.3 Lastabtragungsverhalten von Fachwerken und Stabwerken
- 6.4 Berechnung von Fachwerken
 - 6.4.1 Knotenpunktverfahren
 - 6.4.2 (Cremona-Plan)
 - 6.4.3 Ritter'sches Schnittverfahren

Mechanik als Teilgebiet der Physik



Unterteilung der Mechanik

*nach dem Aggregatzustand
des betrachteten Körpers*

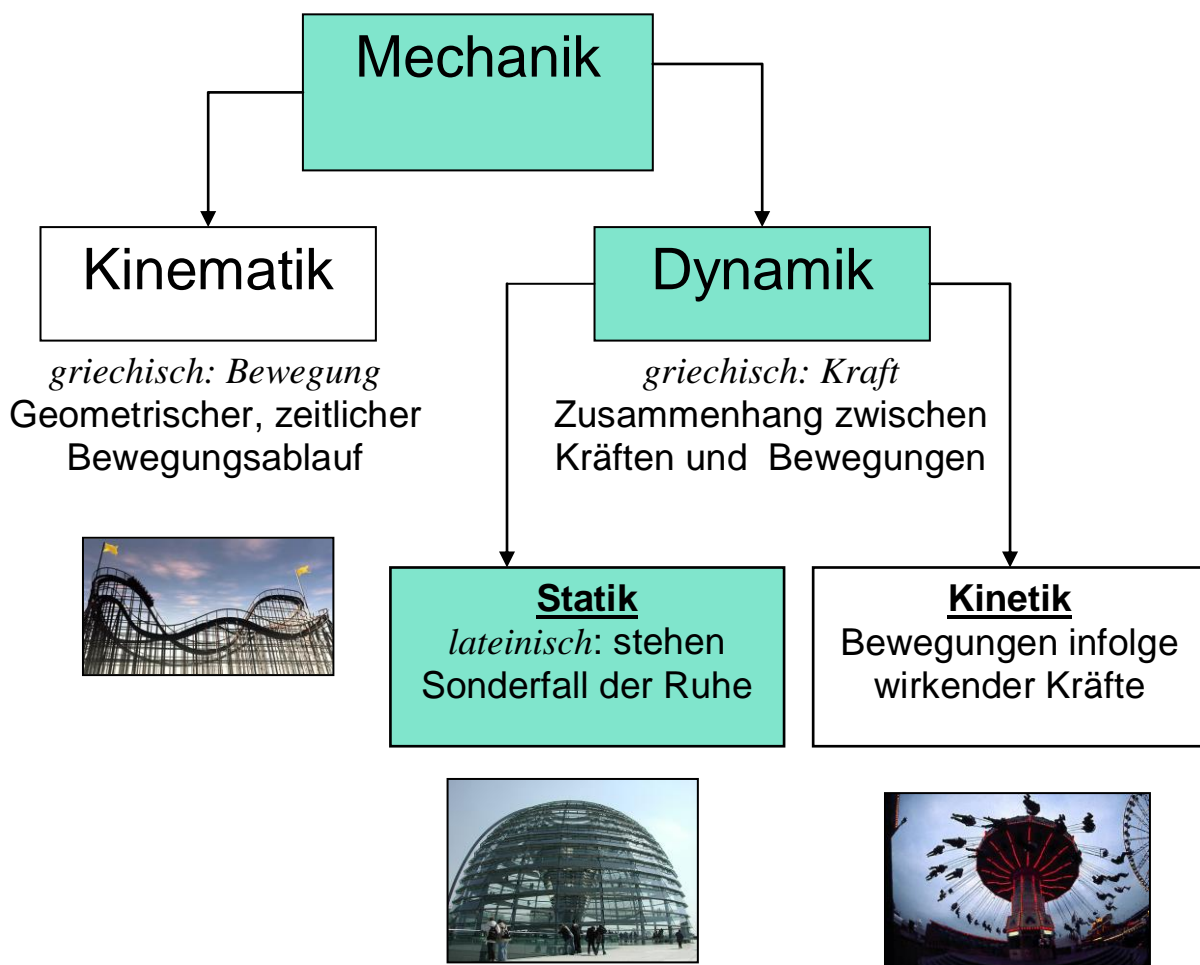


„starr“ elastisch **plastisch**



1.Sem. 2.Sem. höhere Sem.

Unterteilung der Mechanik *nach der Kraftursache*



Modellbildung im Ingenieuralltag

Planung eines realen Systems bzw. Gebäudes

Abbildung, Idealisierung
auf
ein

Mechanisches Modell

mit mechanisch/ mathematischen Hilfsmitteln

Lösung des mechanischen Modells

Umfang der
Vorlesung

Rücktransformation durch
Interpretation und Auswertung der
theoretischen Lösung
auf

Konstruktionsplan → Bauausführung

1.3 Grundbegriffe

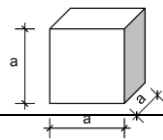
1.3.1 Masse

Bezeichnung: m
Einheit: kg

1kg = 1.000g
1t = 1.000kg = 10⁶g

Die Masse eines Körpers ist abhängig von seinem Volumen und seiner Dichte.

Festlegung: 1kg ist die Masse eines Liters Wasser bei +4°C, auf Meereshöhe



1dm³ Wasser = 1l Wasser ≙ 1kg
a = 1dm

1.3.2 Dichte

Bezeichnung: ρ (rho)

Einheit: $\frac{kg}{m^3}$ (Ingenieurwesen)

Einheit: $\frac{g}{cm^3}$ (Physik, Labore etc.)

$$Dichte = \frac{Masse}{Volumen}$$

Beispiele:

Wasser: $1.000 \frac{kg}{m^3}$

Holz: $500 - 1.100 \frac{kg}{m^3}$

Stahl: $7.850 \frac{kg}{m^3}$

Beton: $2.300 - 3.200 \frac{kg}{m^3}$

($3.200 \frac{kg}{m^3}$ bei Schwerbeton)

Stahlbeton: $\sim 2.500 \frac{kg}{m^3}$

1.3.3 Wichte

Im Gegensatz zur Dichte wird bei der Wichte die Gewichtskraft pro Volumen angegeben. Hierzu wird die Dichte mit der Erdbeschleunigung multipliziert.

Bezeichnung: γ (gamma)

Einheit: $\frac{N}{m^3}$ praxisrelevanter: $\frac{kN}{m^3} = 10^3 \frac{N}{m^3}$

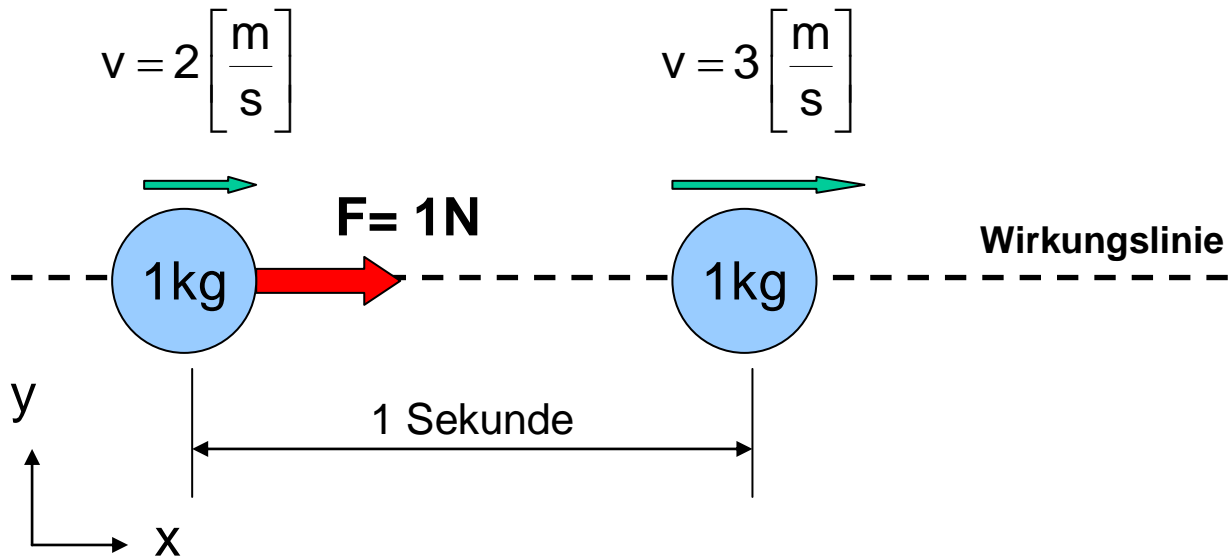
Erdbeschleunigung: $g = 9,81 \frac{m}{sec^2}$, im Ingenieuralltag $g \approx 10 \frac{m}{sec^2}$

$$\gamma = Wichte = \rho \cdot g = \frac{Masse}{Volumen} \cdot Erdbeschleunigung = \frac{m}{V} \cdot g$$

Beispiele: Wasser = 10 kN/m³; Stahl = 78,5 kN/m³; Stahlbeton ≈ 25 kN/m³

(je nach Art und Bewehrungsgehalt)

Das Newton'sche Axiom:



$$1 \text{ N} = \frac{\text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}}{\text{s}} = 1 \left[\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \right]$$

1.3.4 Kraft

Isaac Newton 1643-1727, englischer Naturforscher

Kraft = Masse x Beschleunigung

Kennzeichnung:

$$\mathbf{F} = \mathbf{m} \cdot \mathbf{a}$$

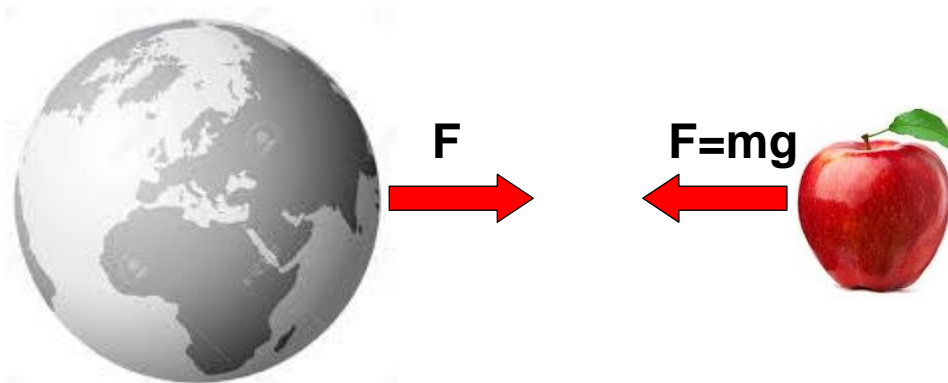
Einheit: (Newton) $1 \text{ N} = \frac{\text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}}{\text{s}} = 1 \left[\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \right]$



Die Kraft ist ein nicht sichtbares Phänomen. Streng genommen ist sie eine modellhafte Größe, da sie keine reale Ausdehnung besitzt. Es sind lediglich die Auswirkungen eines Kraftmodells, oder besser der daraus resultierenden Spannung (vgl. 2. Semester) zu erkennen, zu fühlen oder zu messen.

Erkennungsmerkmale sind Verformungen und Beschleunigungen! Auch Schadensbilder lassen vermuten, welche große Einwirkungen stattgefunden haben.

Die alltäglichste Erfahrung mit Kraft ist die der **Gewichtskraft**. Sie beruht auf der Tatsache, dass Massen sich anziehen:

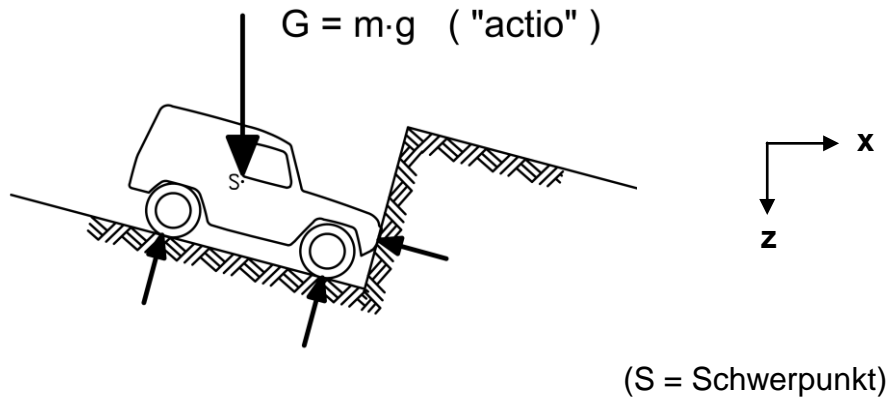


$$g = a_1 + a_2 = G \frac{m_{\text{Erde}} + m_{\text{Apfel}}}{r^2}; \text{ mit } m_{\text{Erde}} \cong 5,972 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

und der Gravitationszahl $G \cong 6,674 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}$

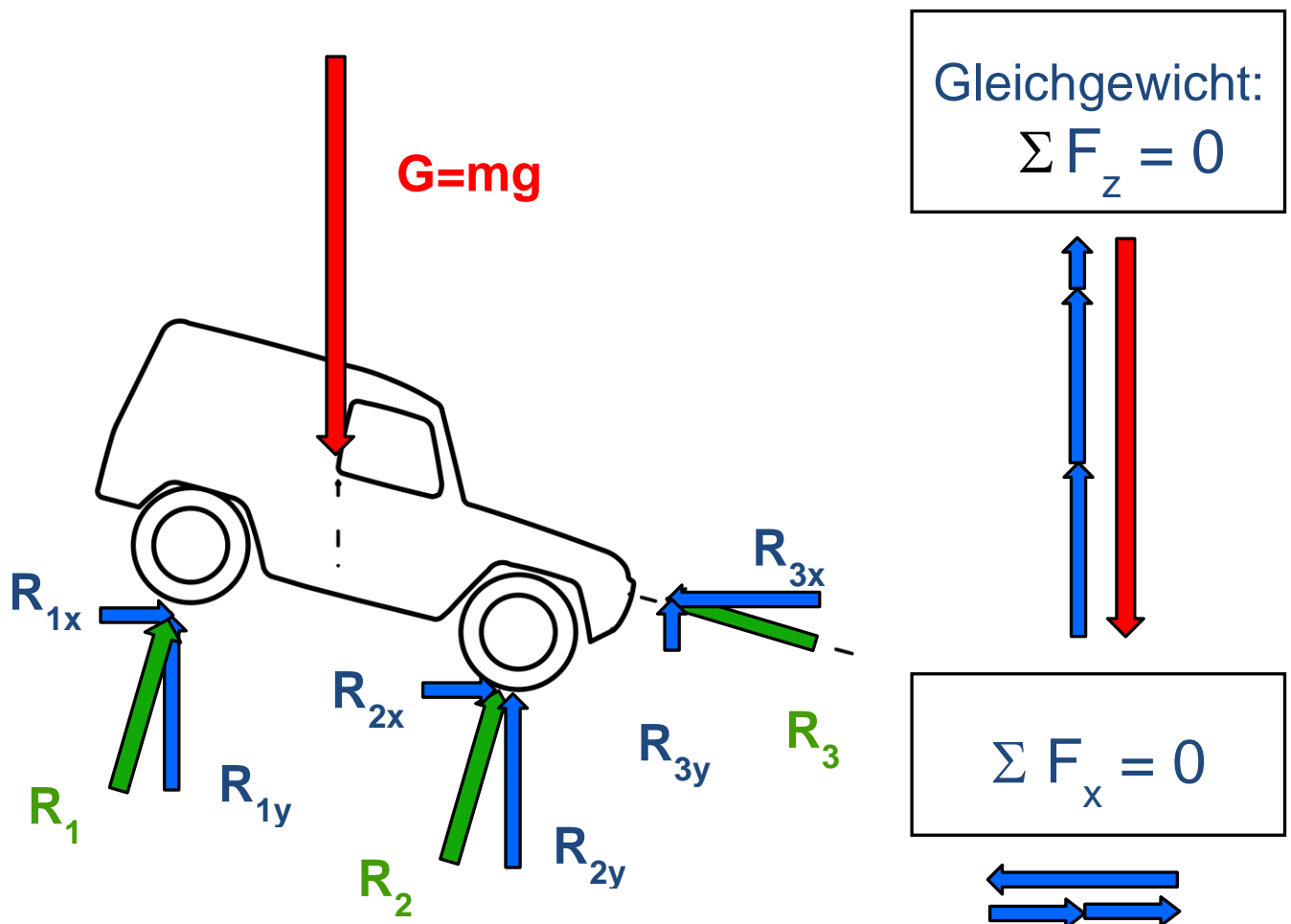
Es ist unschwer zu erkennen, dass die Masse des Apfels, eines Menschen, eines LKW oder eines Hochhauses in obiger Gleichung durchaus vernachlässigbar sind!

Beispiel: KFZ mit gelöster Bremse auf geneigter Ebene



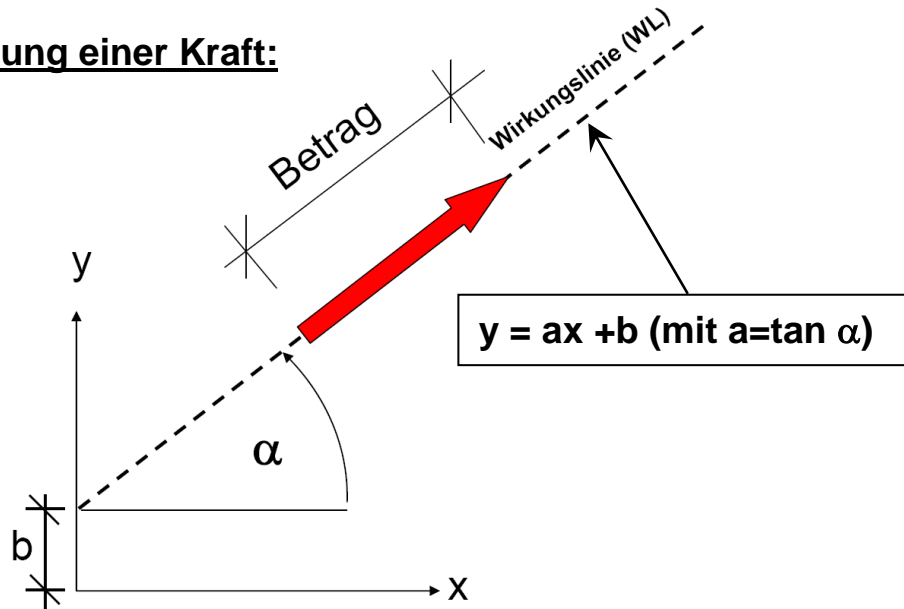
Ein elementares Werkzeug im Ingenieuralltag ist das gedankliche „Freischneiden“ (vgl. hierzu die weiteren Kapitel)

Erste Ansätze zur Gleichgewichtbetrachtung!



1.4 Das Kraftvektormodell:

1.4.1 Darstellung einer Kraft:

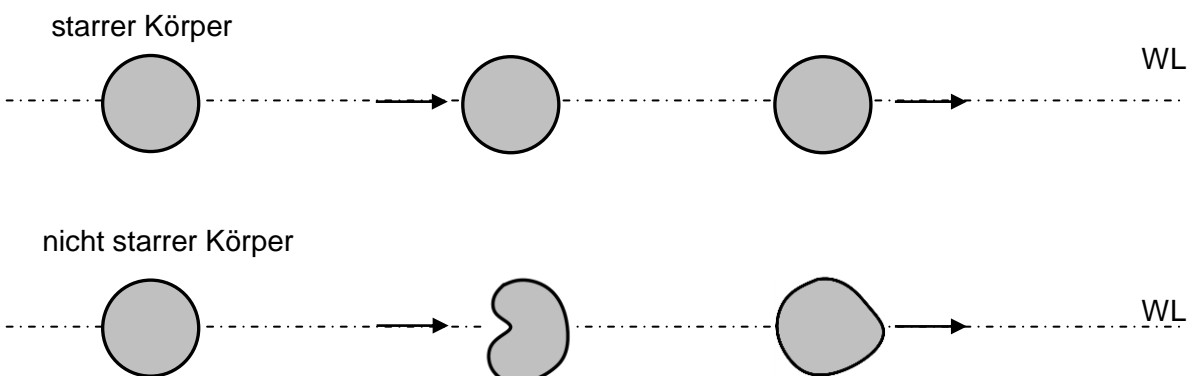


Ein Vektor wird eindeutig beschrieben durch Angabe von:

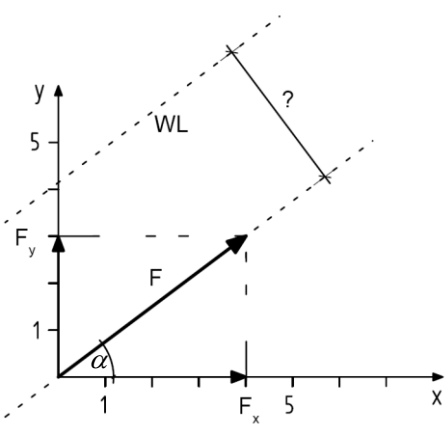
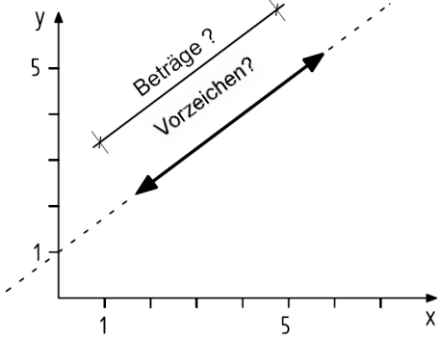
- Lage (WL bzw. Geradengleichung)
- Richtung (Steigung bzw. Winkel)
- Betrag (Pfeillänge)

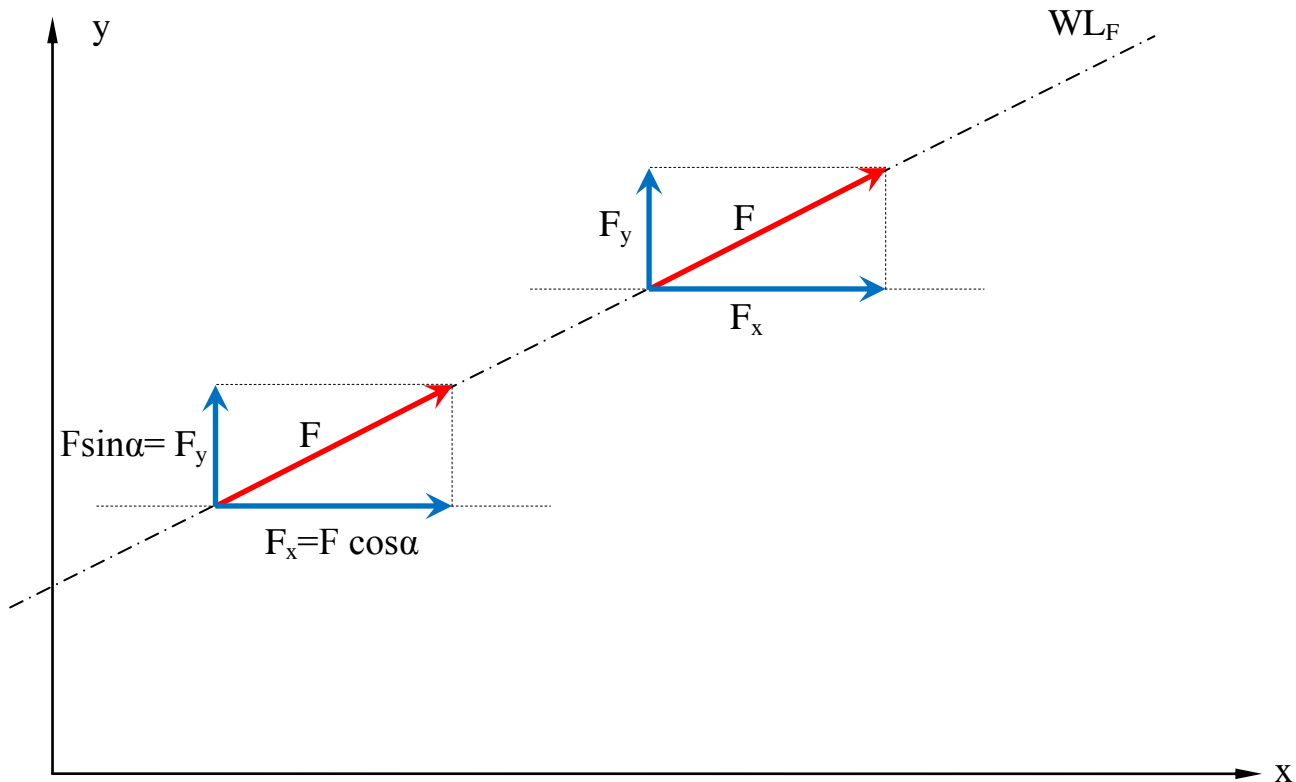
1.4.2 Die vier wesentlichen Eigenschaften des Kraftvektors

Merksatz 1.1: „Kräfte können auf ihrer Wirkungslinie (in ihrer Wirkung auf starre Körper) gedanklich verschoben werden, ohne dabei ihre Wirkung auf den starren Körper zu verändern.“



Die Beschreibung einer Kraft mit Hilfe ihrer Komponenten F_x und F_y (bzw. als Vektor) im Vergleich zur Darstellung mittels der Geradengleichung der WL

<u>Komponentenschreibweise</u>	<u>dadurch gegeben sind:</u>
<p>Schreibweise: $F_x = 4 \text{ kN}$ $F_y = 3 \text{ kN}$</p> <p>in Vektorschreibweise:</p> $F = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ 	<ul style="list-style-type: none"> • Beträge und Vorzeichen der Komponenten • Richtung $\left(\alpha = \arctan \frac{F_y}{F_x} \right)$ Steigung $= \frac{F_y}{F_x} = \frac{3}{4} = 0,75$ • Betrag $F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$ <p>! Es fehlt letztendlich die Angabe der Lage der WL!</p> <p>\Rightarrow z.B.: „Die WL verläuft durch den Punkt (0/4,2).“</p>
<u>Geradengleichung der WL</u>	<u>dadurch gegeben sind:</u>
<p>mathematisch-geometrisch:</p> <p>WL: $(y = a \cdot x + b)$</p> <p>z.B.: $y = 0,75 \cdot x + 1$</p> 	<ul style="list-style-type: none"> • Lage der WL, und zwar eindeutig ! • Steigung $a = 0,75$ <p>Wichtig: Die Steigung gibt das Verhältnis von F_y zu F_x an ! Nicht jedoch die Geradengleichung!</p> <p>! Es fehlen die exakte Richtung hinsichtlich des Vorzeichens und der Betrag des Vektors!</p> <p>\Rightarrow z.B.: „$F_x = +4\text{kN}$“</p>

graphische Erläuterung zu Merksatz 1.4:

- Die Kraft wird quasi auf die Koordinatenachsen projiziert, so dass sich die Komponenten abbilden.
- Kraft und Komponenten bilden dabei ein sog. „Kräfteparallelogramm“, welches aufgrund des orthogonalen Koordinatensystems rechtwinklig ist.
- Gemäß MS 1.1 darf die Kraft F auf der WL verschoben werden. Die damit verbundene Parallelverschiebung der Komponenten ist keine Verletzung von MS 1.1, insoweit sich die WL 's der Komponenten auf der WL der Kraft F schneiden.

Merksatz 1.5: „Beachten wir den korrekten Umgang mit den Komponenten einer Kraft, so besitzen die Komponenten die identische Wirkung auf den starren Körper wie die resultierende Kraft.“