# Vermessung

# *Entnommen aus: Übungsaufgaben und Berechnungen für den Baubetrieb. Thomas Krause und Bernd Ulke (Hrsg.) 3. Auflage 2018*

Bearbeitet von Prof. Dr.-Ing. Peter Sparla

**ETRS89/UTM**

Im Jahre 2012 wurde bundesweit das alte DHDN/Gauß-Krüger-System als Referenzsystem für die Geobasisdaten der Landesvermessung durch das ETRS89/UTM System abgelöst. Wie auch bei der Gauß-Krüger Abbildung ist UTM (Universale Transversale Mercatorprojektion) eine Winkeltreue- bzw. konforme Abbildung. Bei GK (Gauß-Krüger) überdecken mehrere 3° breite Streifen das gesamte Bundesgebiet. Die „Mitte“ der einzelnen Streifen sind bei GK die Hauptmeridiane 6°, 9°, 12° und 15° östl. Länge. Jeder Streifen hat eine Kennziffer nämlich 2 für den 6° Hauptmeridian, 3 für den 9° Hauptmeridian usw. die den Rechtswerten (Y-Achse) vorangestellt wurden. Zur Vermeidung von negativen Angaben für den Rechtswert, werden grundsätzlich 500 km addiert. Die X-Achse bildet der längentreue Hauptmeridian. Die entsprechenden X-Werten werden bei GK als Hochwerten bezeichnet. Der Hochwert stellt (grob) den Abstand zum Äquator dar. Damit die Winkeltreue (im Differentiellen) erhalten bleibt, erfahren die Koordinaten so genannte Projektionsverzerrungen, die umso größer werden, je größer der Abstand zum Hauptmeridian ist. Die aus Koordinaten berechneten Abständen zwischen zwei Punkte entsprechen damit nicht den „tatsächlichen“ Abständen in der Natur. Nähere Einzelheiten sind in der Fachliteratur nachzulesen.

Beim ETRS89/UTM System wird die Bundesrepublik durch nunmehr zwei 6° breite Zonen (Zone 32 und Zone 33) abgedeckt, mit den entsprechenden Mittelmeridianen 9° östl. und 15° östl. Länge. Die Zonennummern werden den Y-Werten, die jetzt als East (Ost) bezeichnet werden, vorangestellt. Wie bei den GK-Koordinaten wird auch bei ETRS89/UTM zu den Y-Werten 500 km addiert. Die X-Achse wird als North (Nord) bezeichnet. Damit die Projektionsverzerrungen noch halbwegs akzeptabel bleiben, hat der Mittelmeridian eine Verkürzung erfahren (Maßstabsfaktor q = 0,9996). In der Tabelle sind die Auswirkungen der Projektionsverzerrungen für eine 1 km lange Distanz bei einer geographischen Breite von 50° zusammengestellt. Stauchungen (Verkürzungen) der Strecke sind negativ (-), Dehnungen entsprechend positiv (+). Ym stellt dabei der mittlere Abstand der beiden Punkten vom Mittelmeridian (9° oder 15° östl. Länge) dar.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ym  [km] | 0 | 50 | 100 | 150 | **180,4** | 200 | 220 |
| Streckenänderungen [mm] | - 400 | - 369 | - 277 | - 124 | 0 | + 91 | + 194 |

 Tabelle: Durch Projektionsverzerrungen verursachte Streckenänderungen einer 1km langen Strecke

**Beispiel**: Für den Kölner Dom ergeben sich folgende Koordinaten:

 Gauß-Krüger (DHDN): Rechtswert **2**567 401 m; Hochwert 5 645 556 m

 ETRS89/ UTM: East **32** 356 563 m; North 5 645 284 m

Der Kölner Dom liegt (567 – 500 km) 67 km östlich vom Hauptmeridian 6° östl. Länge bzw. (357 -500 km) -143 km westlich vom Mittelmeridian 9° östl. Länge. Der Abstand zum Äquator beträgt ca. 5645 km (man beachte die unterschiedlichen X-Werte).

**Höhenreduktion und Projektionsverzerrung**

Die ETRS89/UTM Koordinaten werden auf das GRS80-Ellipsoid gerechnet. Bis auf die räumliche Lagerung dieses Bezugsellipsoid sind die Ellipsoidparameter (Halbachsen) mit denen des WGS84 (Bezugsellipsoid für GPS) identisch. Werden Abstände auf der Erdoberfläche gemessen, so sind diese auf das GRS80 Ellipsoid zu reduzieren, zwecks Koordinatenbestimmung. Dieser Vorgang wird als Höhenreduktion bezeichnet. Für die Reduktion auf der Erdoberfläche gemessenen Distanzen auf das Ellipsoid sollten die ellipsoidischen Höhen von Anfangs- und Endpunkt vorliegen. In der Regel ist die Kenntnis der mittleren Höhe des Messgebietes ausreichend. Die ellipsoidischen Höhen Hellp ergeben sich aus der NHN-Höhe (HNHN) und der Quasigeoid-Undulation U wie folgt:

 Hellp = HNHN + U

Die Quasigeoidundulationen liegen in Deutschland zwischen 36 m im Norden und ca. 50 m im Süden. In Nordrhein-Westfalen kann der Mittelwert von U = 46 m verwendet werden.

Der formale Zusammenhang zwischen einer gemessenen Distanz eG in einer mittleren Gebietshöhe Hm und der auf das Ellipsoid reduzierten Distanz eE(H) ergibt sich zu:

$e\_{E(H)}= e\_{G}∙(1- \frac{H\_{M}+U}{R} )$ mit R = 6383000 m (mittlerer Erdradius)

**Beispiel :** eG = 1000 m (gemessene Distanz)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  HM [m] | U [m] | eE(H) [m] | Diff [mm/km] |
| 0 | 36 (Norddeutschland) | 999,994 | -6 |
| 100 | 46 | 999,977 | -23 |
| 200 | 46 (Aachen) | 999,961 | -39 |
| 500 | 46 | 999,914 | -86 |

**Beispiel:** Eine 25 m lange Distanz in einer Gebietshöhe von 200 Ü. NHN und einer Geoidundulation von 46 m erfährt eine Verkürzung von genau 1mm.

Alle aus Landeskoordinaten gerechneten Strecken sind wegen der Höhenreduktion verglichen mit den tatsächlichen (wahren) Strecken zu kurz. Um den tatsächlichen Punktabstand aus Koordinaten zu ermitteln, muss durch den Faktor $(1- \frac{H\_{M}+U}{R} )$ geteilt werden.

Die ETRS89/UTM Koordinaten unterliegen einer so genannten Projektionsverzerrung. Dabei erhalten alle Y-Werte einen Zuschlag in der Größe von ${y^{3}}/{(6∙R^{2})}$ damit die Winkeltreue (zumindest infinitesimal) gewährleistet wird. Weiter wird der oben erwähnte Verkürzungsfaktor von 0,9996 berücksichtigt, der der Projektionsverzerrung entgegenwirkt. Als Näherungsformel für die Projektionsverzerrung bei der UTM-Abbildung kann folgender Ausdruck mit ausreichender Genauigkeit benutzt werden:

$e\_{E(P)}= e\_{G}∙(0,9996+ \frac{y\_{M}^{2}}{2\*R^{2}} )$, mit R = 6383 km

yM ist dabei der lotrechte Abstand zum Mittelmeridian. Bei den 6° breiten Streifen nimmt yM Werte an von ±210 km. Bis 180,4 km werden die abgebildeten Strecken gestaucht, von 180,4 km bis ca. 210 km werden die Strecken gedehnt.

**Beispiel :** eG = 1000 m (gemessene Distanz)

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| yM | eE(P) [m] | Diff [mm] |  | Ortslage  |
| (-) 210 km | 1000,141 | 141 | Dehnung | Aachen |
| (-) 183 km | 1000,011 | 11 | Dehnung | Borussia-Park Mönchengladbach |
| (-) 143 km | 999,851 | -149 | Stauchung | Köln-Dom |
|  35 km | 999,615 | -385 | Stauchung | Kassel |

**Beispiel :** Gesucht ist die wahre Strecke eG aus UTM-Koordinaten. Eine aus UTM-Koordinaten gerechnete Distanz eE(P) ergibt sich zu 628,792 m. Der Abstand des Messgebiets zum Mittelmeridian beträgt yM = -10 km, die mittlere Gebietshöhe beträgt 180 m ü. NHN bei einer Geoidundulation U von 46 m.

$e\_{G }={e\_{E}}/{(\left(1-\frac{180+46}{6383000}\right)\*\left(0,9996+ \frac{10^{2}}{2\*6383^{2}}\right))}$= 628,792/(0,999965\*0,999601) = 629,065 m

Als **Abbildungsverzerrung *eAbb****.* bezeichnet man die Zusammenfassung beider Formel (mit Vernachlässigung des verschwindend kleinen Terms $(h∙y\_{m}^{2})/(2∙R^{3})$

$e\_{Abb.}= e\_{G}∙(0,9996+ \frac{y\_{M}^{2} \left[km\right]}{2\*R^{2} \left[km\right]}- \frac{H\_{m }[m]+U\left[m\right]}{R \left[m\right]} )$ ; man beachte die unterschiedlichen Einheiten.