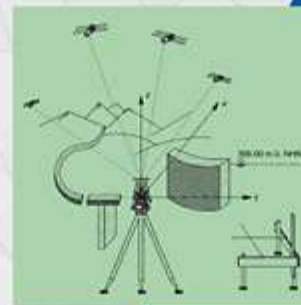



Bertold Witte / Peter Sparla

Vermessungskunde und Grundlagen der Statistik für das Bauwesen

7., überarbeitete und erweiterte Auflage

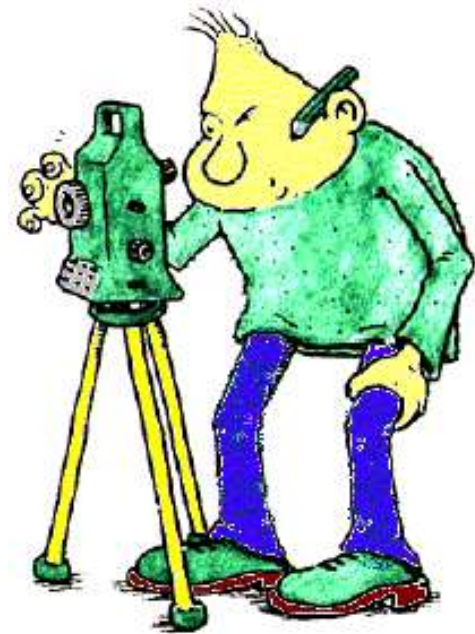
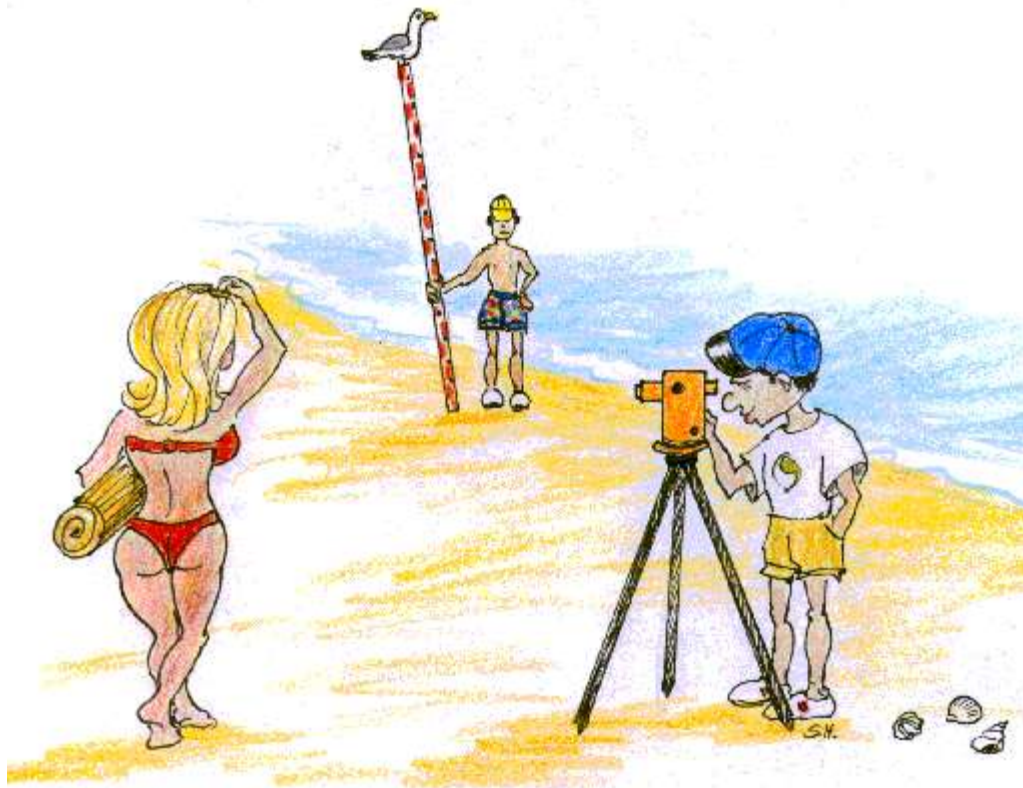


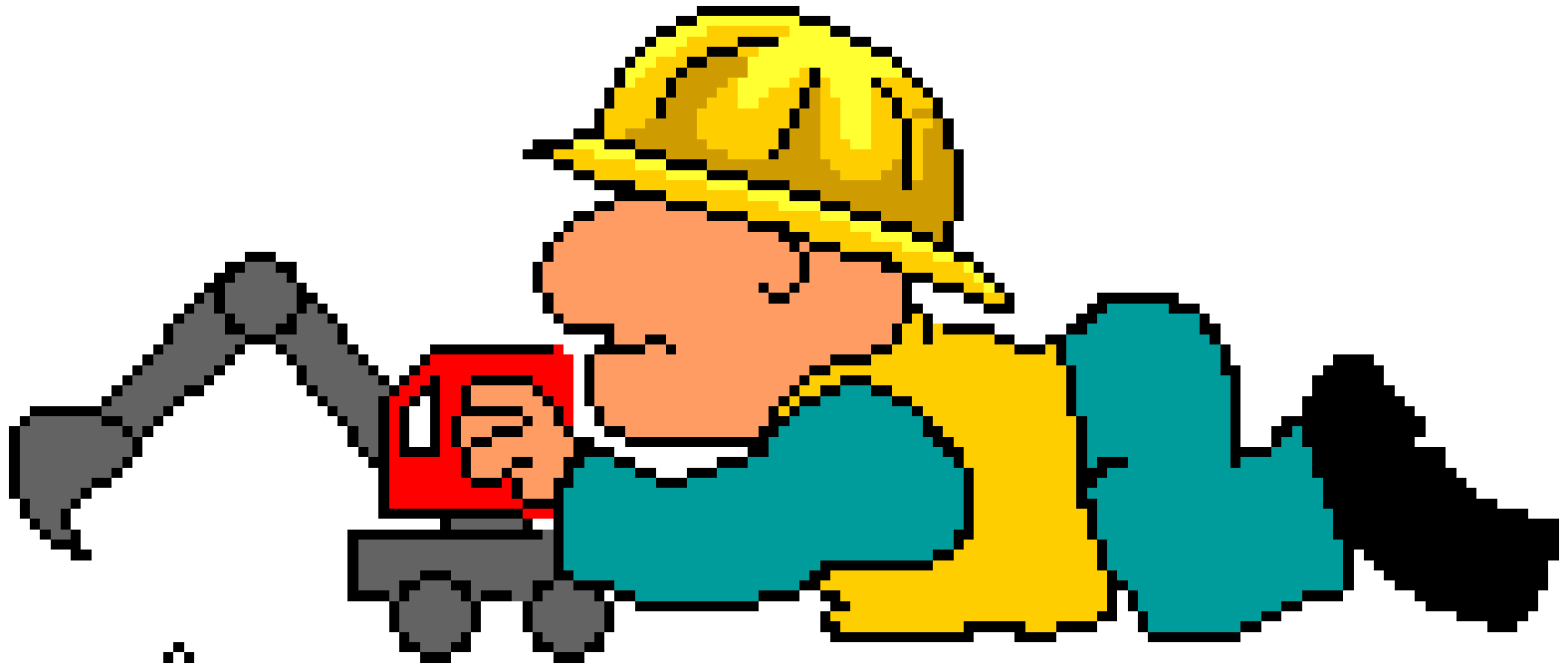
 Wichmann

Allgemeine Grundlagen

Geodäsie (Geo –Erde, däsie – ich teile)

Als Vermessungskunde oder Geodäsie bezeichnet man die Lehre von der Ausmessung der Erdoberfläche mit ihren Veränderungen und ihrer Darstellung in Verzeichnissen, Karten und Plänen.





Allgemeine Grundlagen

Friedrich Robert Helmert (1880)

Die Geodäsie ist die
Wissenschaft von der
Ausmessung und
Abbildung der
Erdoberfläche im Ganzen
und in ihren Teilen

Helmertweg

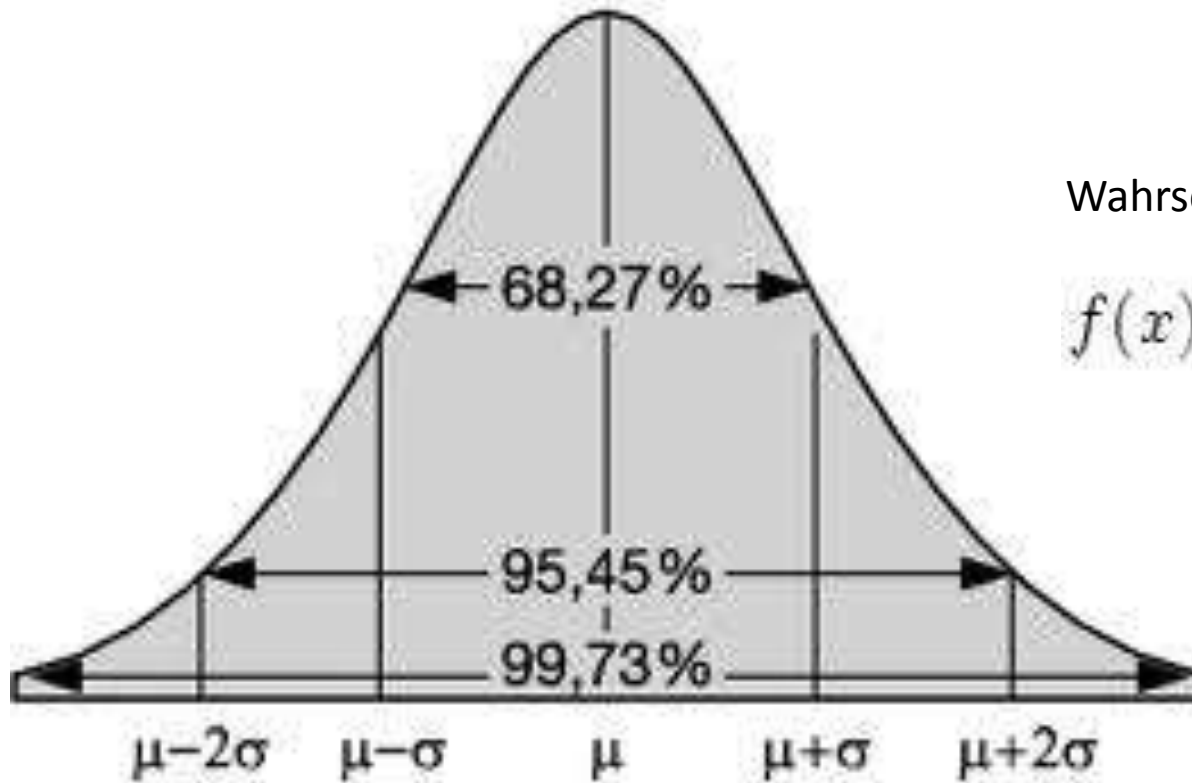
Robert Helmert (31.07.1843 - 15.06.1917), 1870 - 1886 Ordinarius für Geodäsie und praktische Geometrie, dann Direktor des königlich-preußischen geodätischen Instituts. Hauptarbeitsgebiete: Ausgleichsrechnung, mathematische und physikalische Theorien der höheren Geodäsie, rationelle Vermessung in der höheren Geodäsie.



Allgemeine Grundlagen



Dichtefunktion der Normalverteilung



Wahrscheinlichkeitsdichte:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

Standardabweichung σ , Mittelwert μ

Allgemeine Grundlagen



Daniel Kehlmann

Die Vermessung der Welt



Allgemeine Grundlagen

Drei Hauptarbeitsgebiete:

- Erdmessung
- Landesvermessung
- Detailvermessung

Allgemeine Grundlagen

Erdvermessung:

Astronomische und physikalische Geodäsie, ist die Bestimmung und Darstellung der Erdiger einschließlich des äußeren Schwerfeldes.

Bezugssystem für Lage, Höhe und Schwere

Allgemeine Grundlagen

Landesvermessung:

Bestimmung von Lage- Höhen- und Schwerefestpunkten zur Erfassung der Oberfläche eines Landes sowie der Herstellung und Laufendhaltung topographischer Karten.
Berücksichtigung der Erdkrümmung

Allgemeine Grundlagen

Detailvermessung:

Bezugsfläche – Horizontalebene

Durch sog. Katastervermessung werden die Lage der Grenzen, die Flächengröße und die Nutzungsart von Grundstücken mit den Gebäuden zur Herstellung und Laufendhaltung von Karten und Verzeichnissen über die Eigentumsverhältnisse an Grund und Boden ermittelt.

Allgemeine Grundlagen

Vermessung:

Die Summe aller notwendigen Messungen bei einer einzelnen Messaufgabe:

- 1) Horizontal- bzw. Lagemessung
- 2) Vertikal- bzw. Höhenmessung
- 3) Kombinierte Horizontal- und Vertikalmessung

Allgemeine Grundlagen

Drei Arbeitsprinzipien

- 1) Ordnungs- und Nachbarschaftsprinzip
- 2) Zuverlässigkeitsprinzip
- 3) Wirtschaftlichkeitsprinzip

Allgemeine Grundlagen

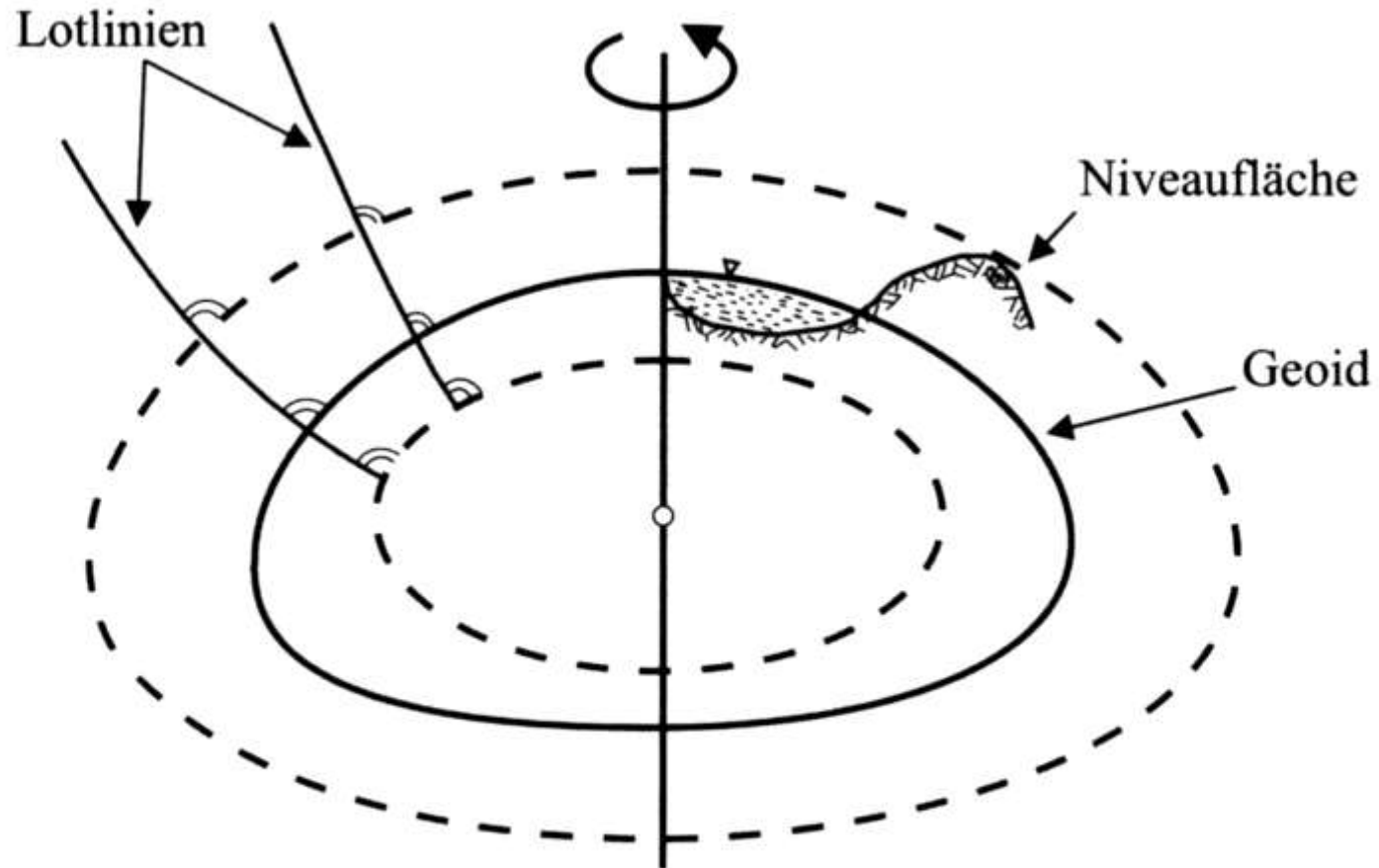


Abbildung 1.2-2: Lotlinien und Niveauflächen

Allgemeine Grundlagen

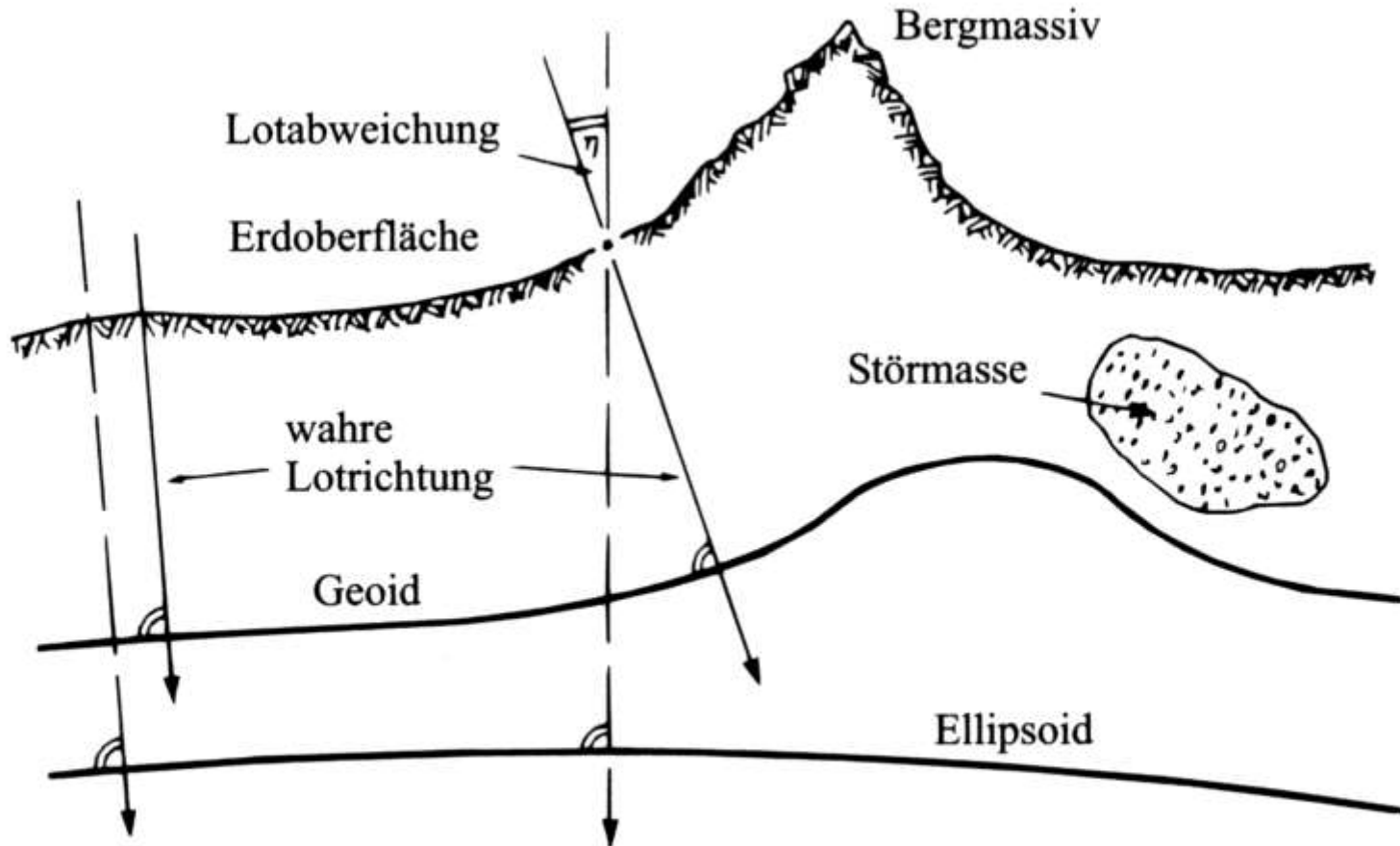
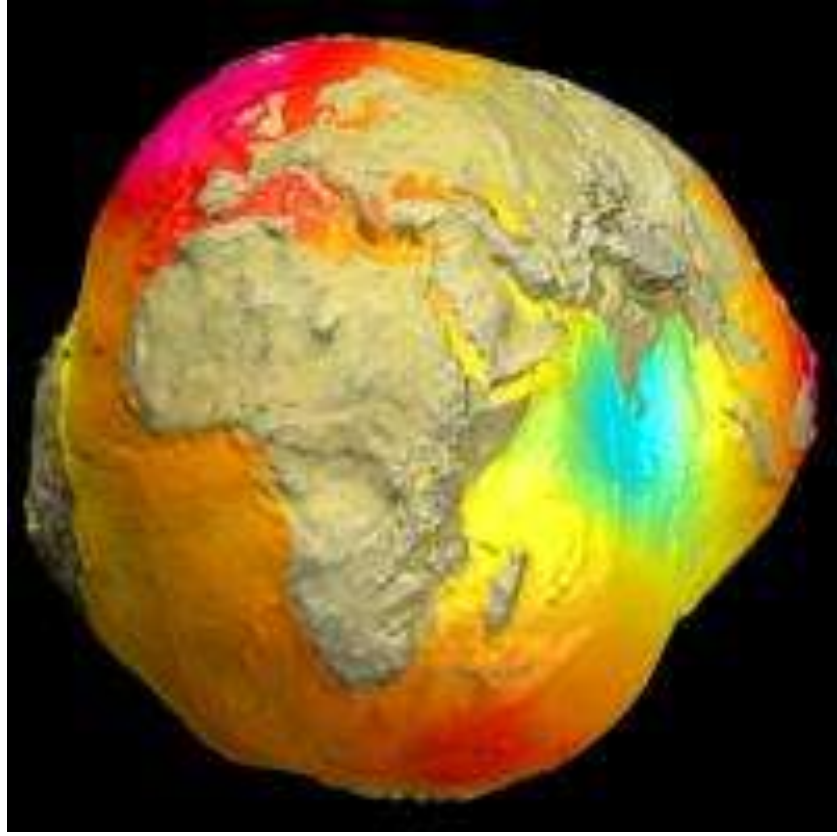


Abbildung 1.2-3: Geoid und Ellipsoid als Ersatzflächen für die Erdoberfläche



Allgemeine Grundlagen

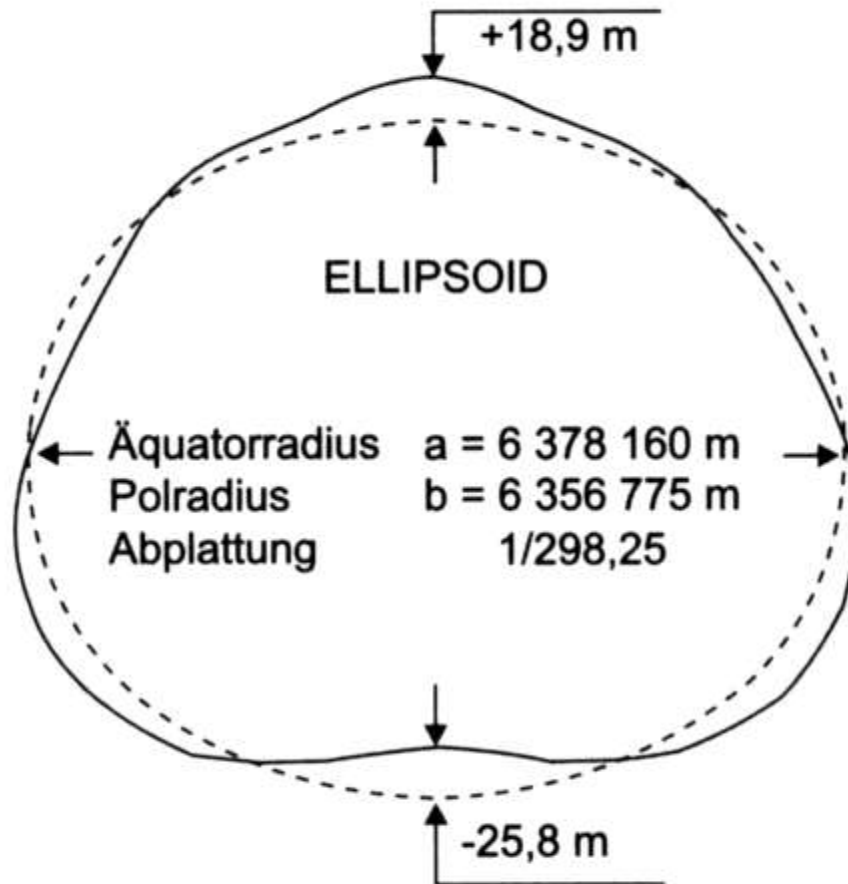


Abbildung 1.2-4: Mittleres Erdellipsoid

Allgemeine Grundlagen

Tabelle 1.2-1: Dimensionen von Erdellipsoiden (3. Dezimalstelle gerundet)

Erdellipsoid		Große Halbachse a		Kleine Halbachse b		Abplattung $(a - b)/a$	
Bessel	1841	6 377 397,155	m	6 356 078,963	m	1	: 299,153
Hayford (Internat.)	1924	6 378 388	m	6 356 912,946	m	1	: 297
Krassowskij	1944	6 378 245	m	6 356 863,019	m	1	: 298,3
Internat. System 1967	1967	6 378 160	m	6 356 774,516	m	1	: 298,247
GRS80	1980	6 378 137	m	6 356 752,314	m	1	: 298,257
WGS84	1984	6 378 137	m	6 356 752,314	m	1	: 298,257

Die Dimensionen der unteren drei Ellipsoide sind aus Satellitenbeobachtungen abgeleitet.

Allgemeine Grundlagen

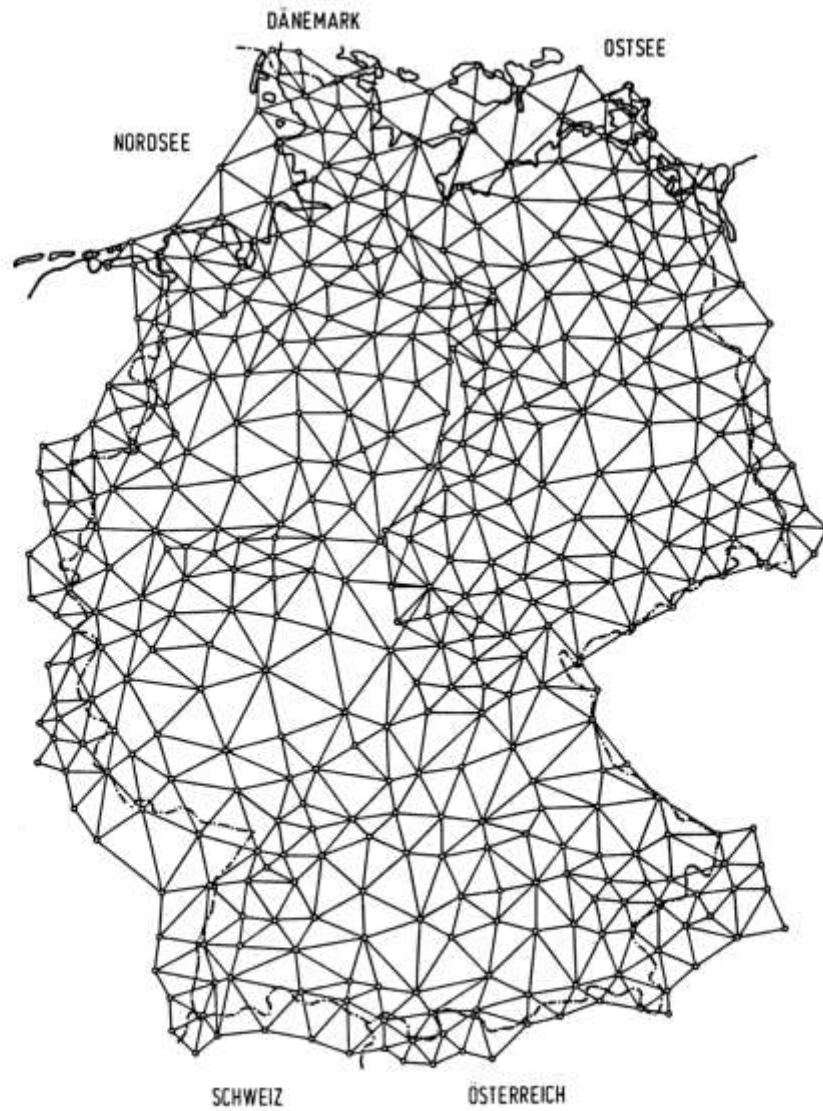
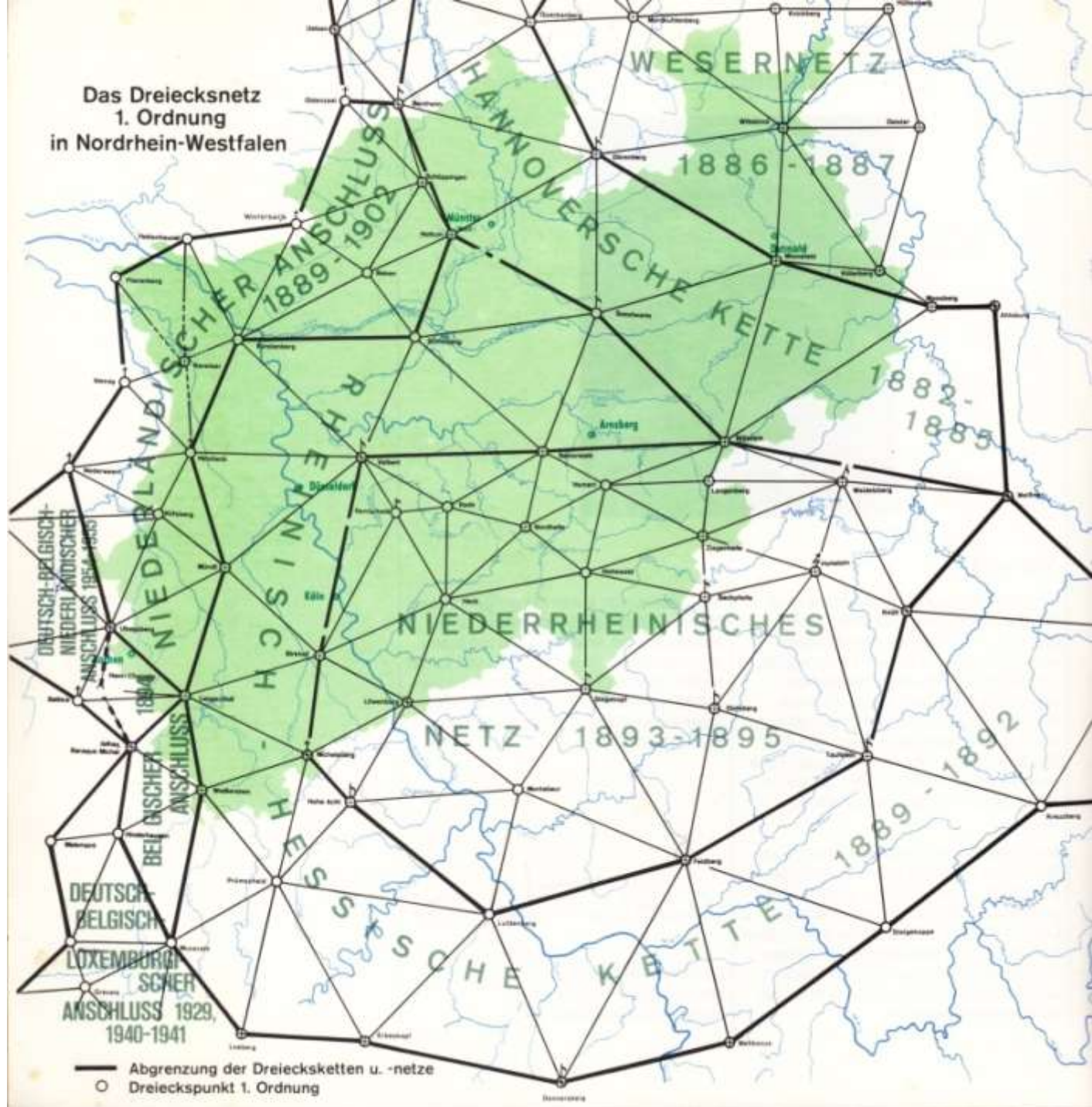


Abbildung 1.3-1: Deutsches Hauptdreiecksnetz

Das Dreiecksnetz
1. Ordnung
in Nordrhein-Westfalen



— Abgrenzung der Dreiecksnetze u. -ketten
○ Dreieckspunkt 1. Ordnung



Allgemeine Grundlagen

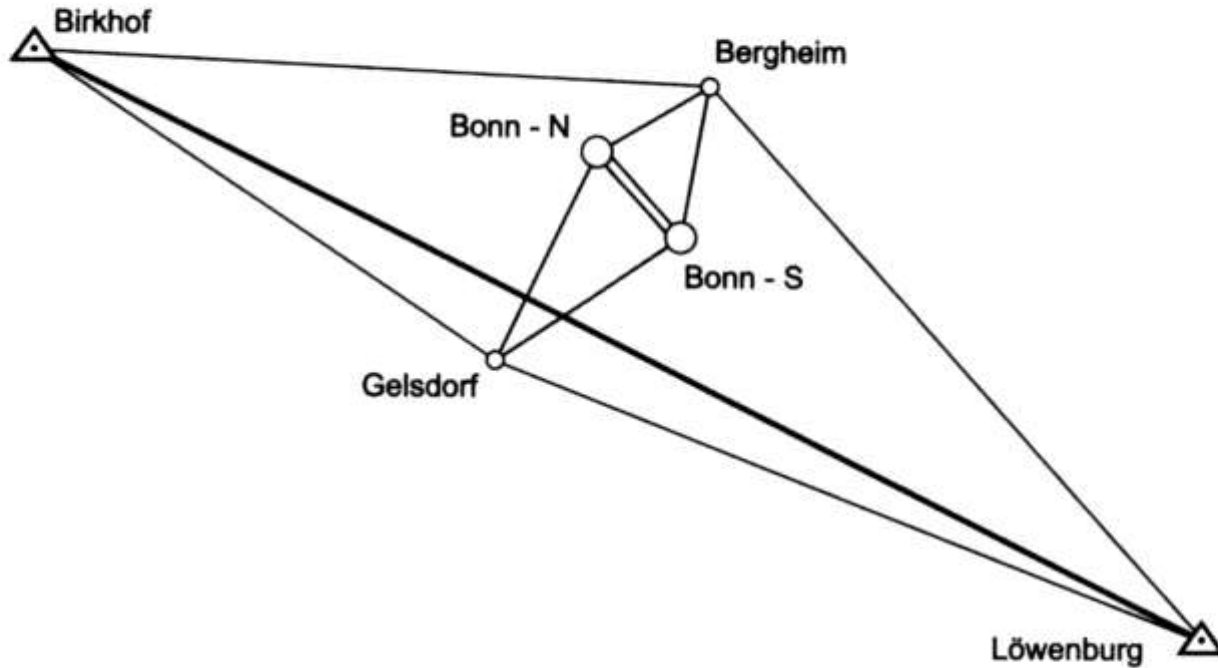


Abbildung 1.3-2: Basisvergrößerungsnetz Bonn

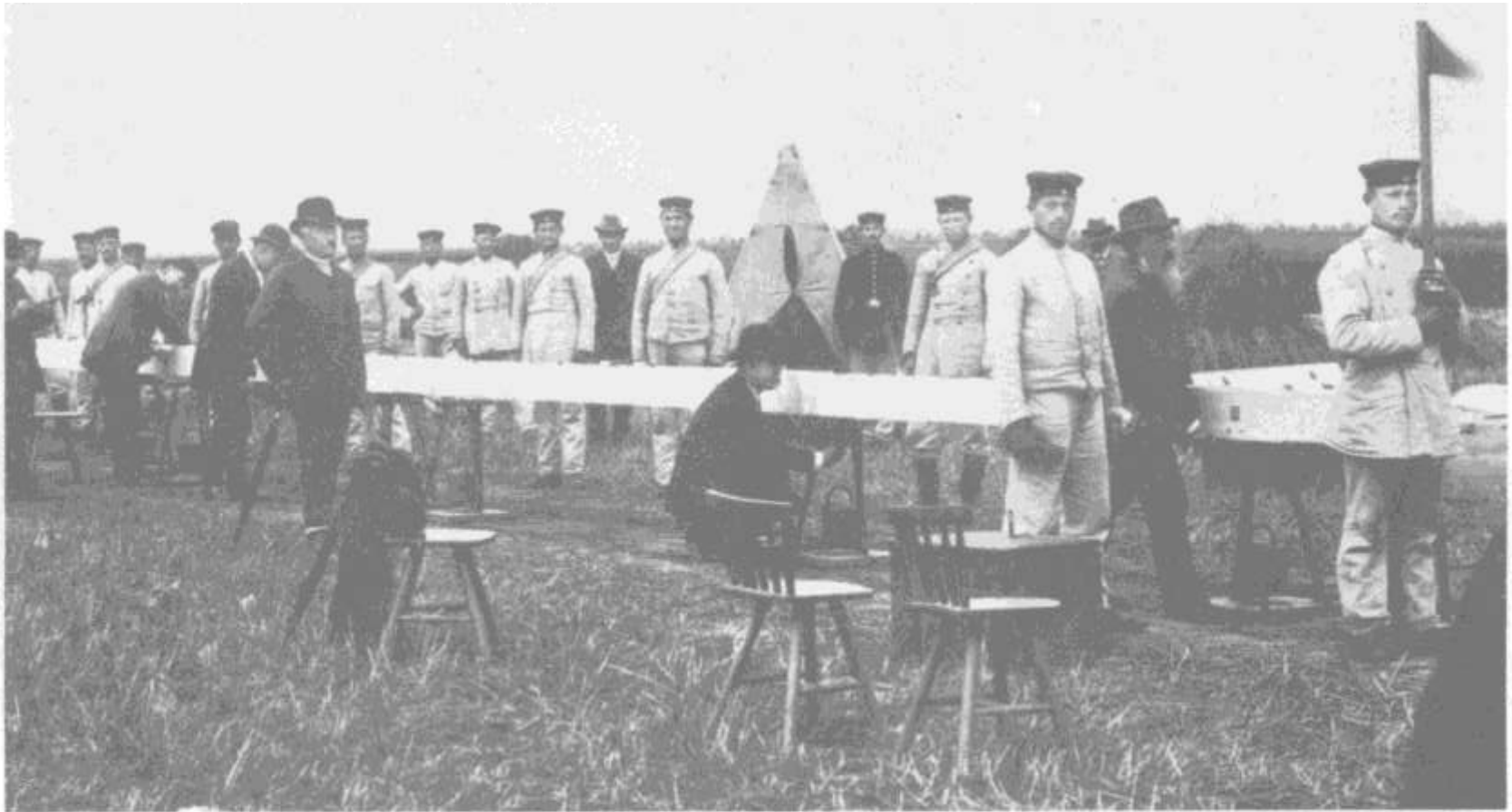


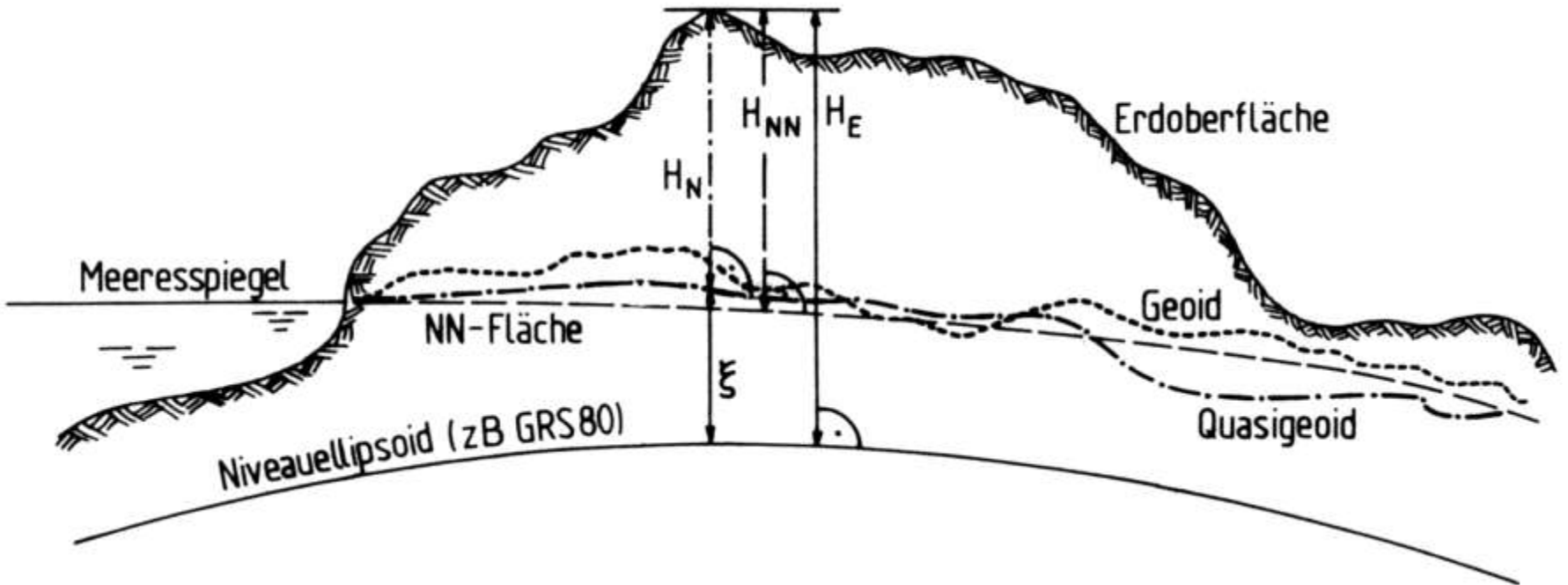
Bild 3: Früher konnte man nur verhältnismäßig kleine Strecken direkt messen. Die Längen der trigonometrischen Basen wurden mit Hilfe von mehreren etwa 4 m langen Meßstangen aus Metall ermittelt. Auf die Bestimmung der Stangen-

temperatur mußte dabei besonderer Wert gelegt werden. Das Meßverfahren war umständlich und verlangte einen hohen Aufwand an Personal und Zeit.

Allgemeine Grundlagen



Allgemeine Grundlagen



H_N = Normalhöhe (NHN), ξ = Quasigeoidundulation,
 H_{NN} = Höhe über NN, H_E = ellipsoidische Höhe

Abbildung 1.3-6: Höhen und Höhenbezugsflächen

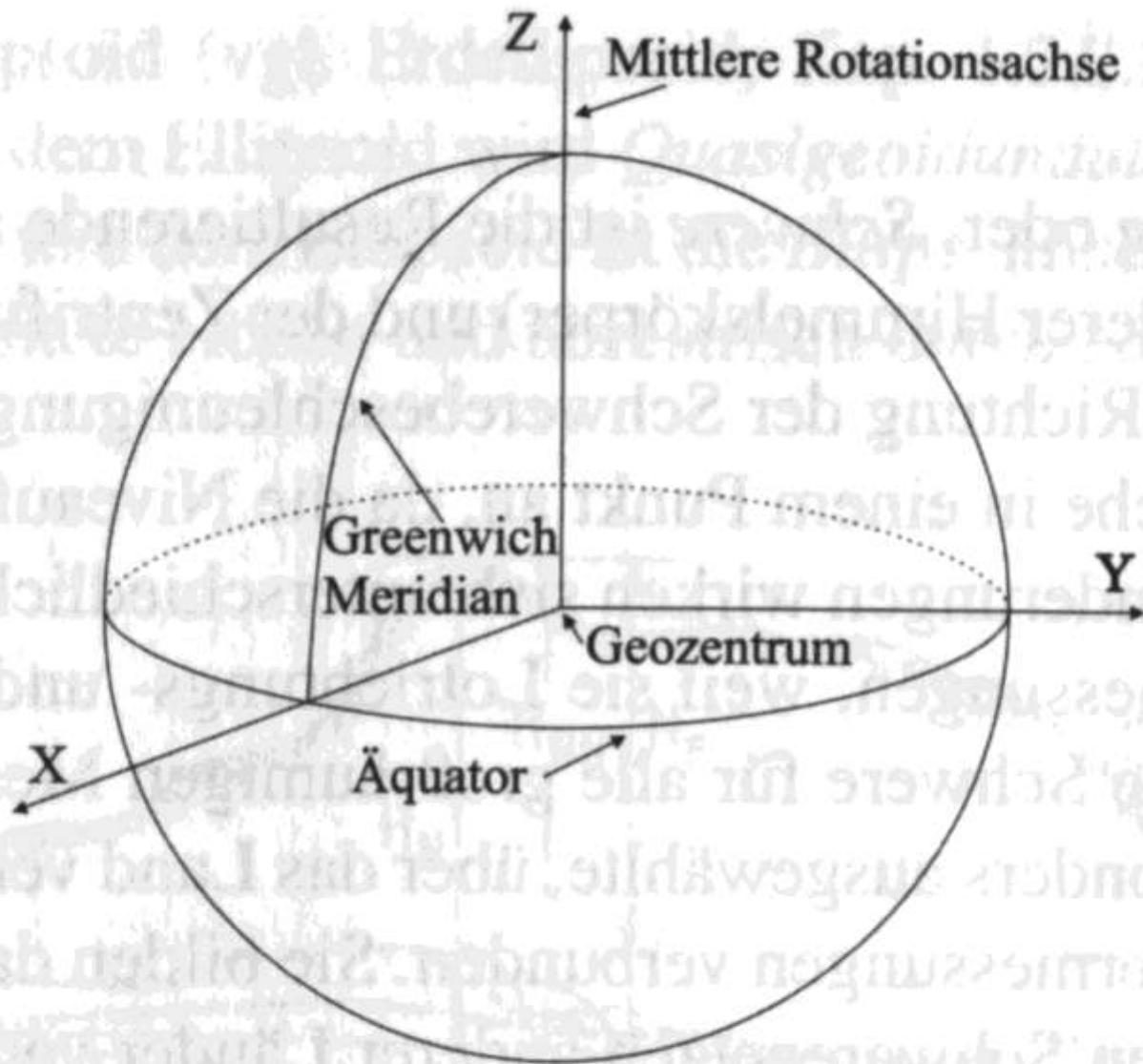


Abbildung 1.4-1: World Geodetic System (WGS) 84

DREF 1991

Deutsches Referenznetz im ETRS 89



- ITRF
- ⊗ EUREF DNL 93
- ⊙ EUREF 89
- DREF

Folgende Punkte sind nicht dargestellt:

- 1 Onasta
- 108 Bornhöved
- 112 Halle (paralell)

Kartographie und Druck: Landesvermessungsamt Nordrhein-Westfalen 1999



Ein Kartenblatt der Topographischen Karte 1:100000 (TK 100) wird mit einer vierstelligen Blattnummer bezeichnet, die sich aus den roten Zahlen der Zeilen und Spalten zusammensetzt und der ein „C“ vorangestellt wird (z.B. C 4720).

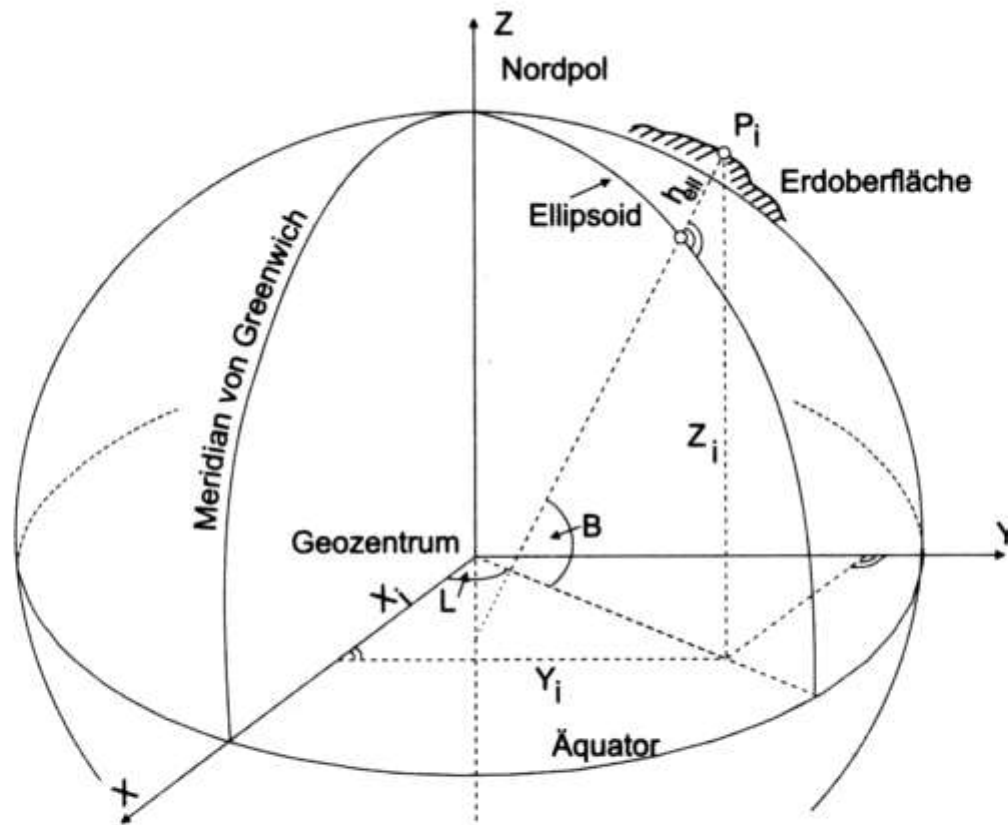


Abbildung 1.4-3: Dreidimensionale kartesische Koordinaten (X, Y, Z) , geographische Koordinaten (B, L) und ellipsoidische Höhe (h_{ell}) eines Punktes auf der Erdoberfläche

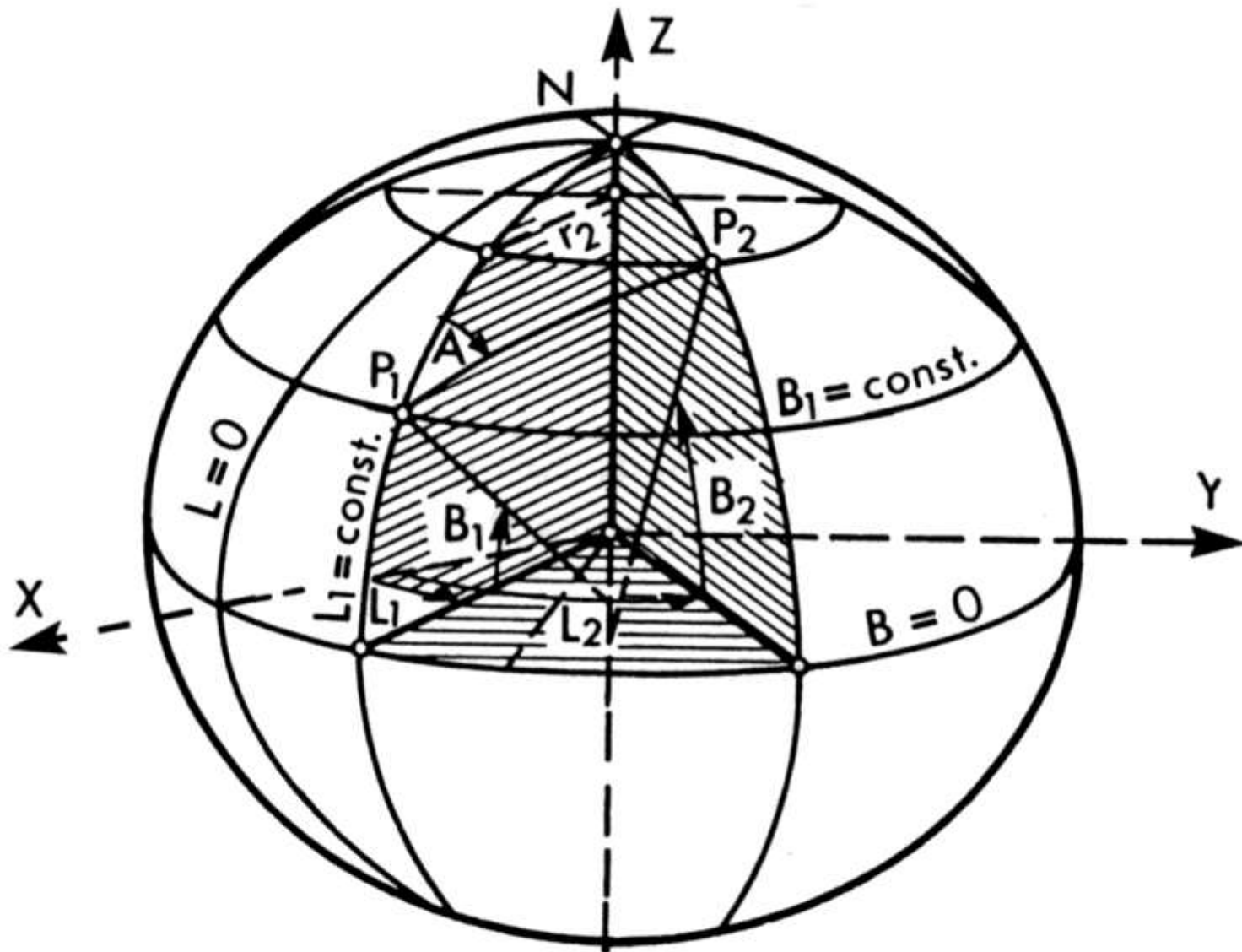


Abbildung 1.4-4: Geographische Koordinaten

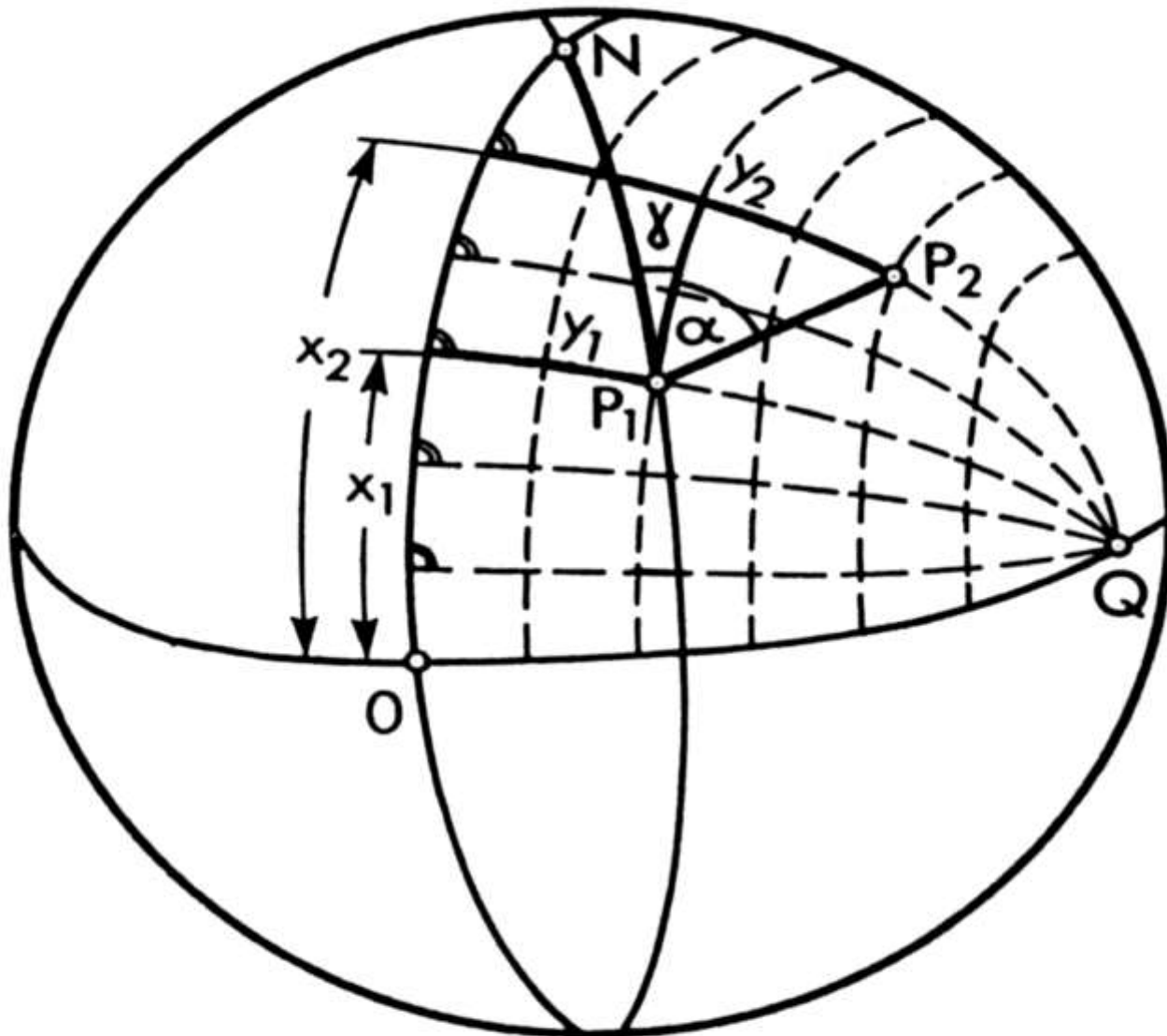
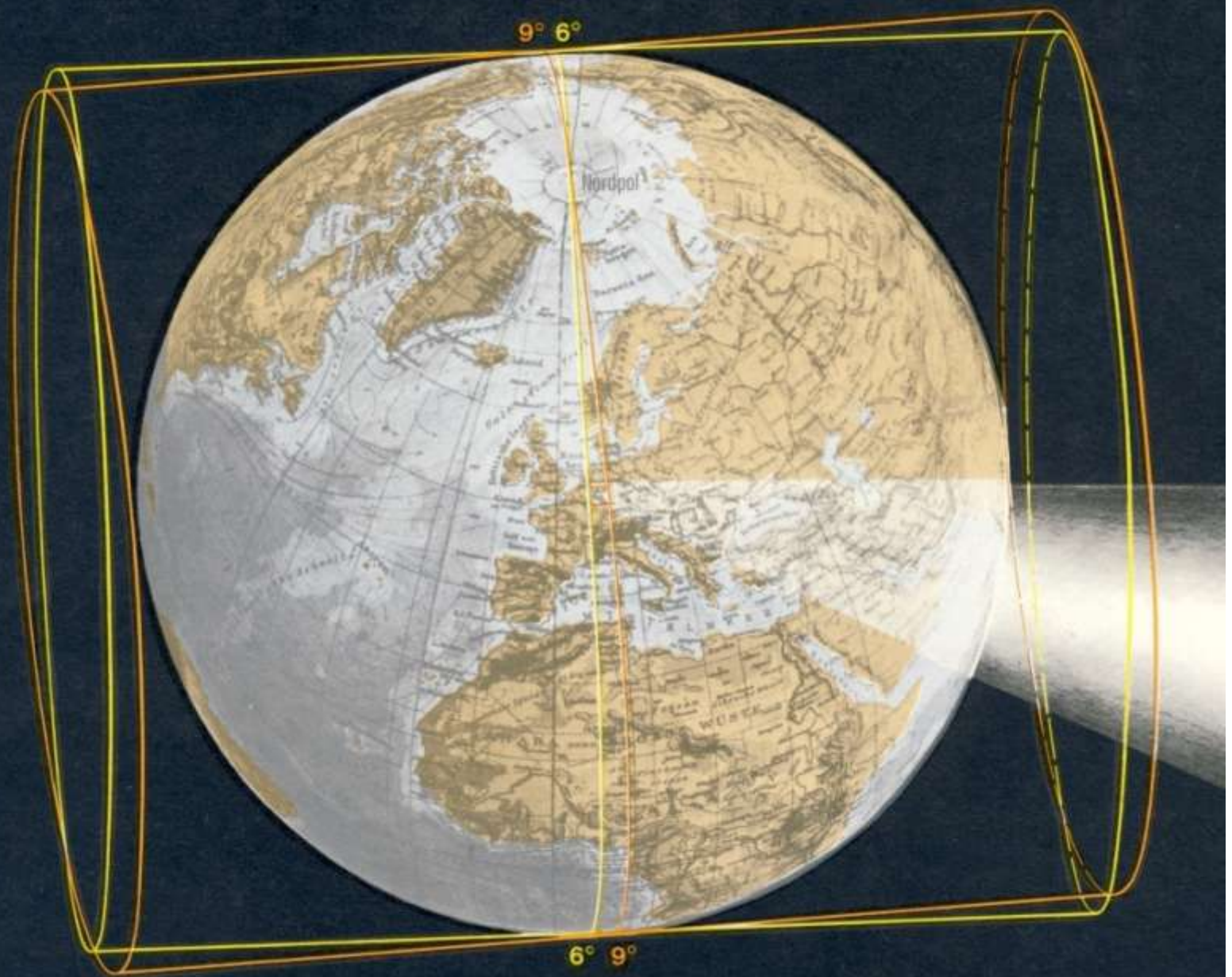
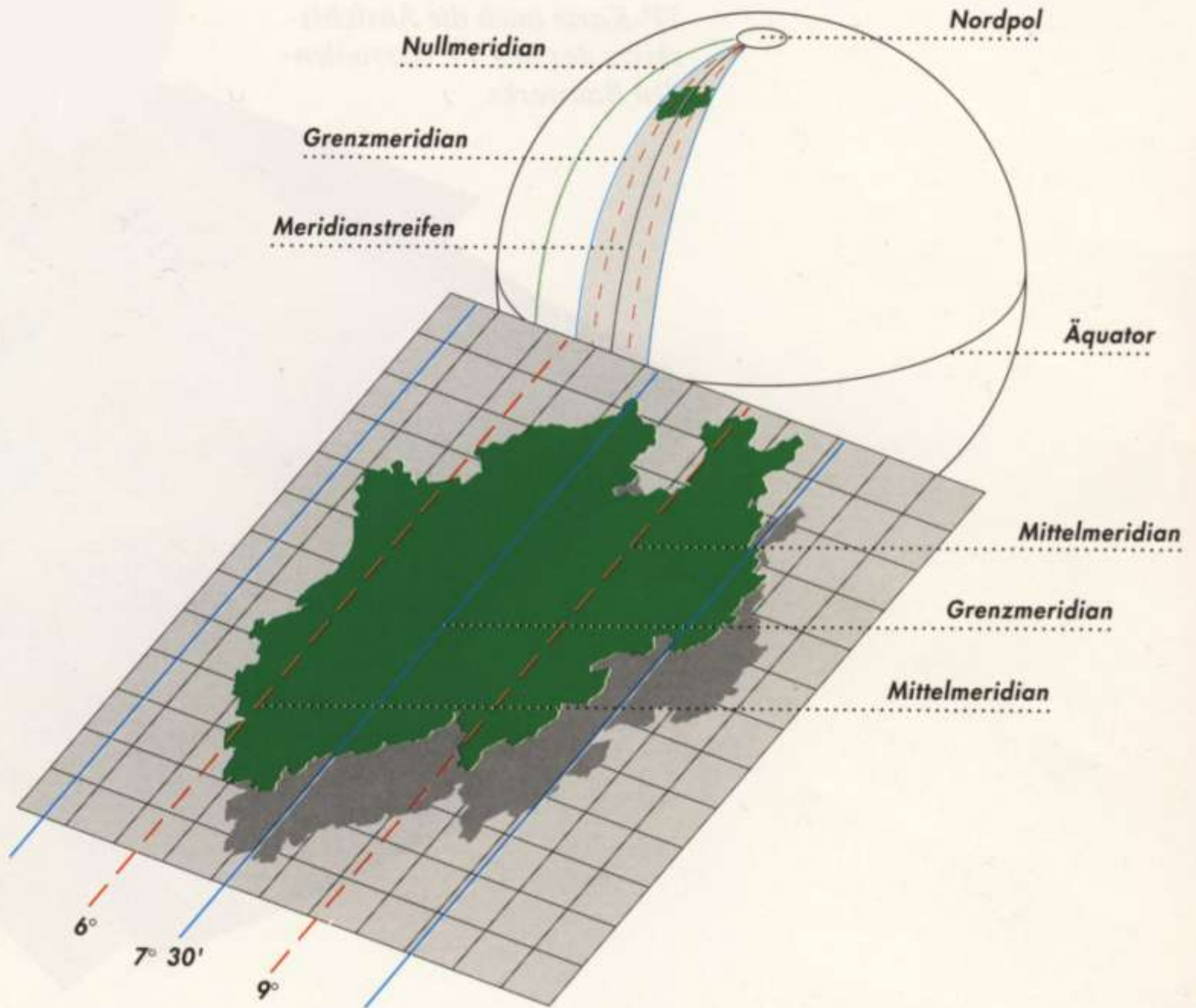
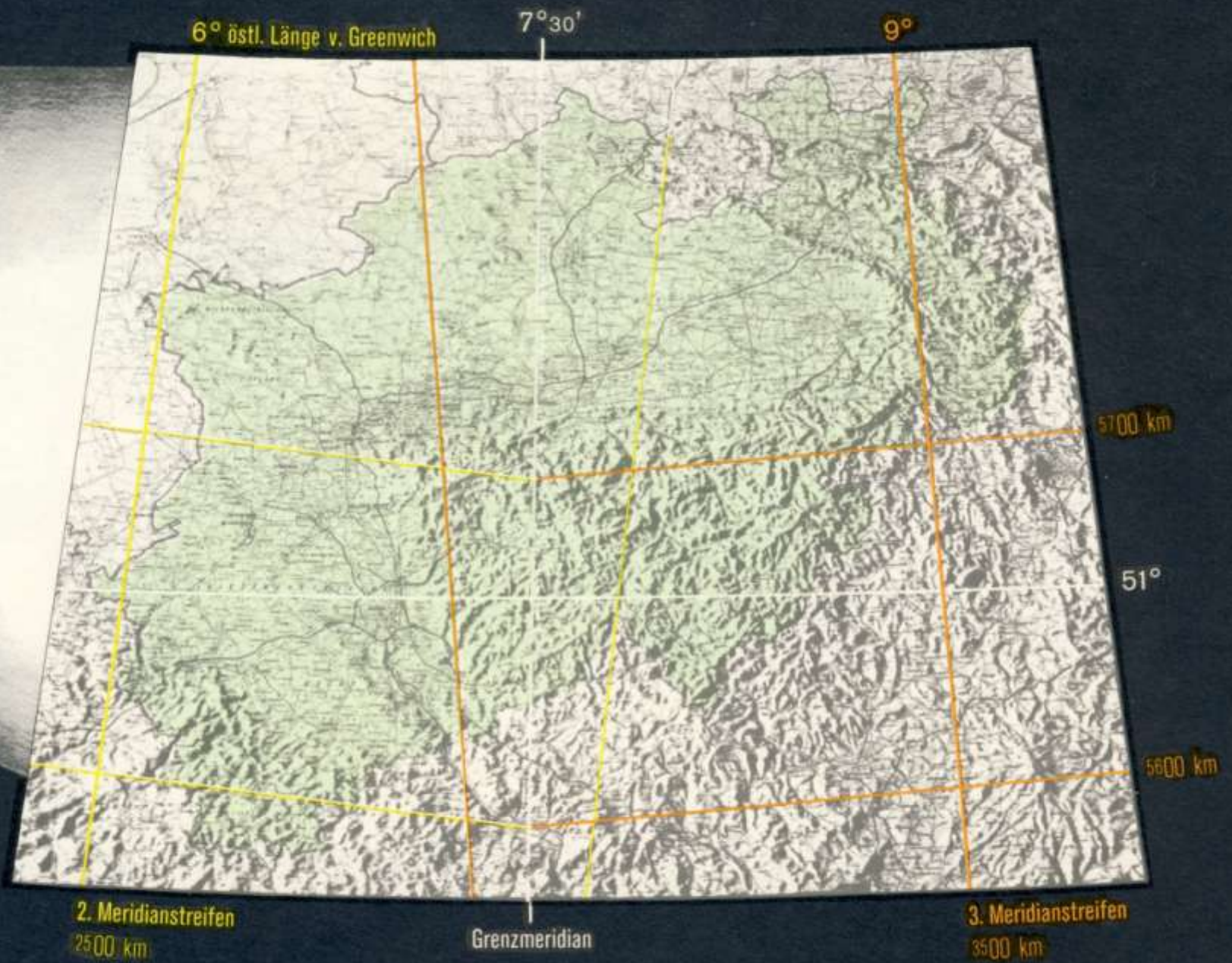


Abbildung 1.4-5: Geodätische Parallelkoordinaten







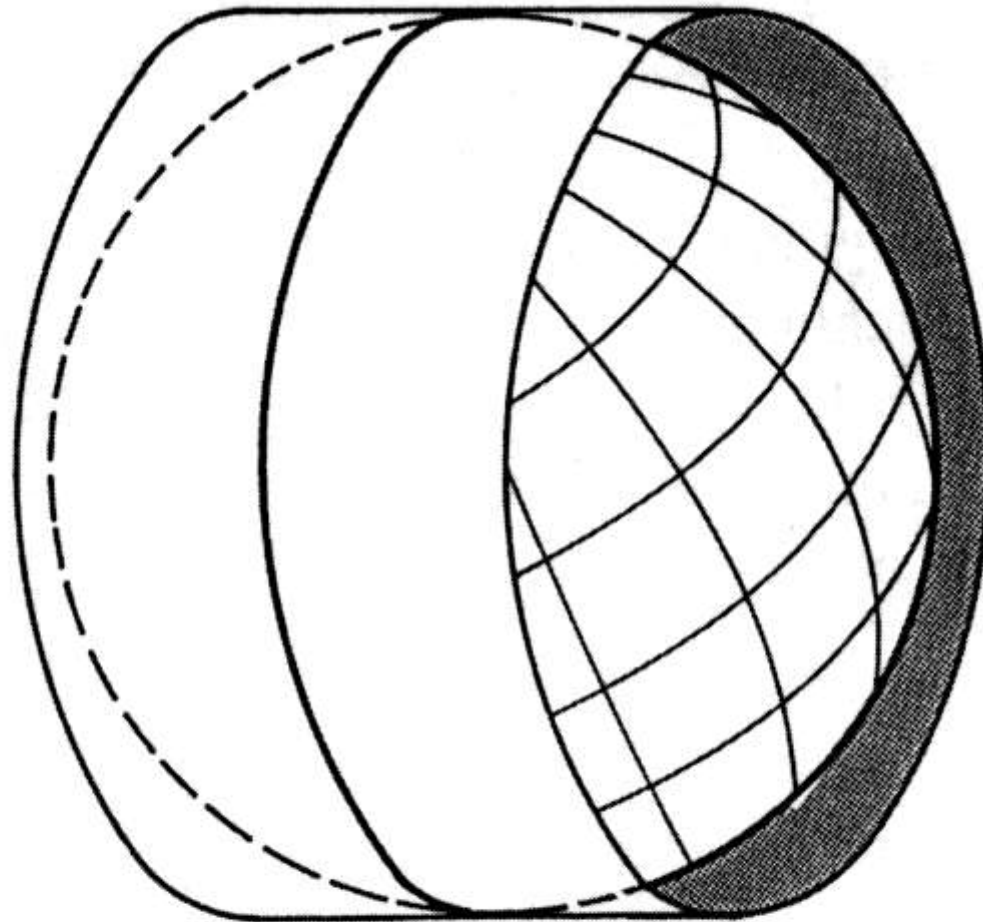
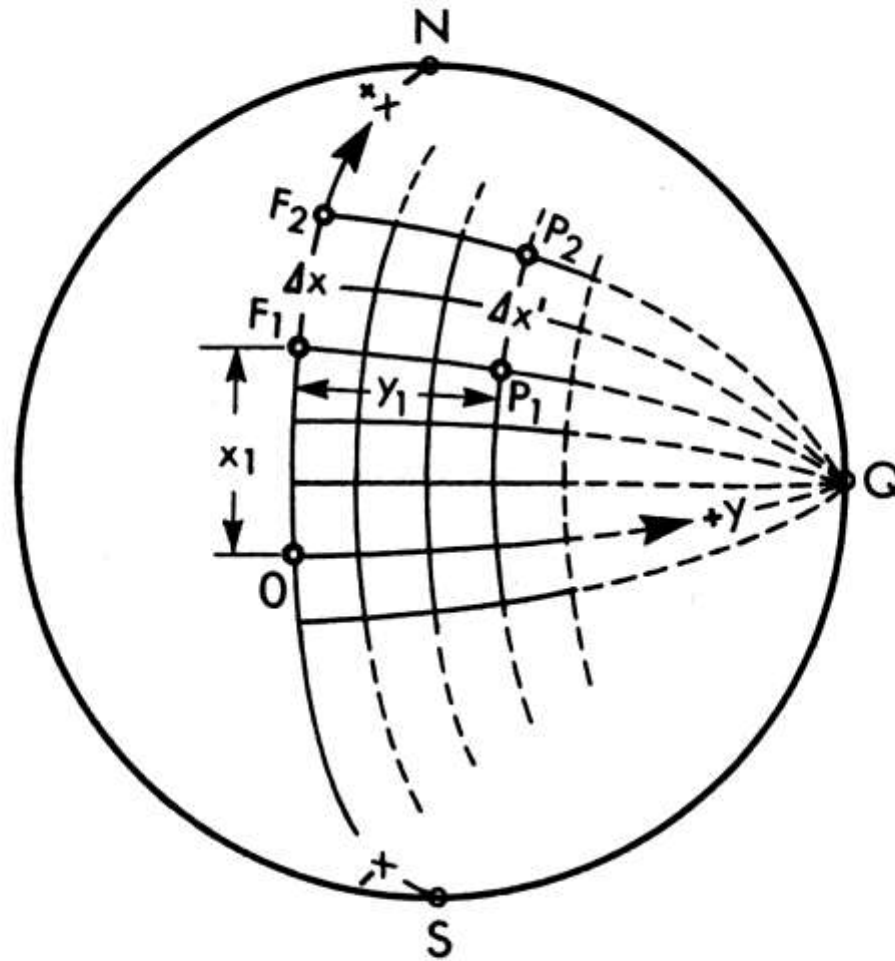


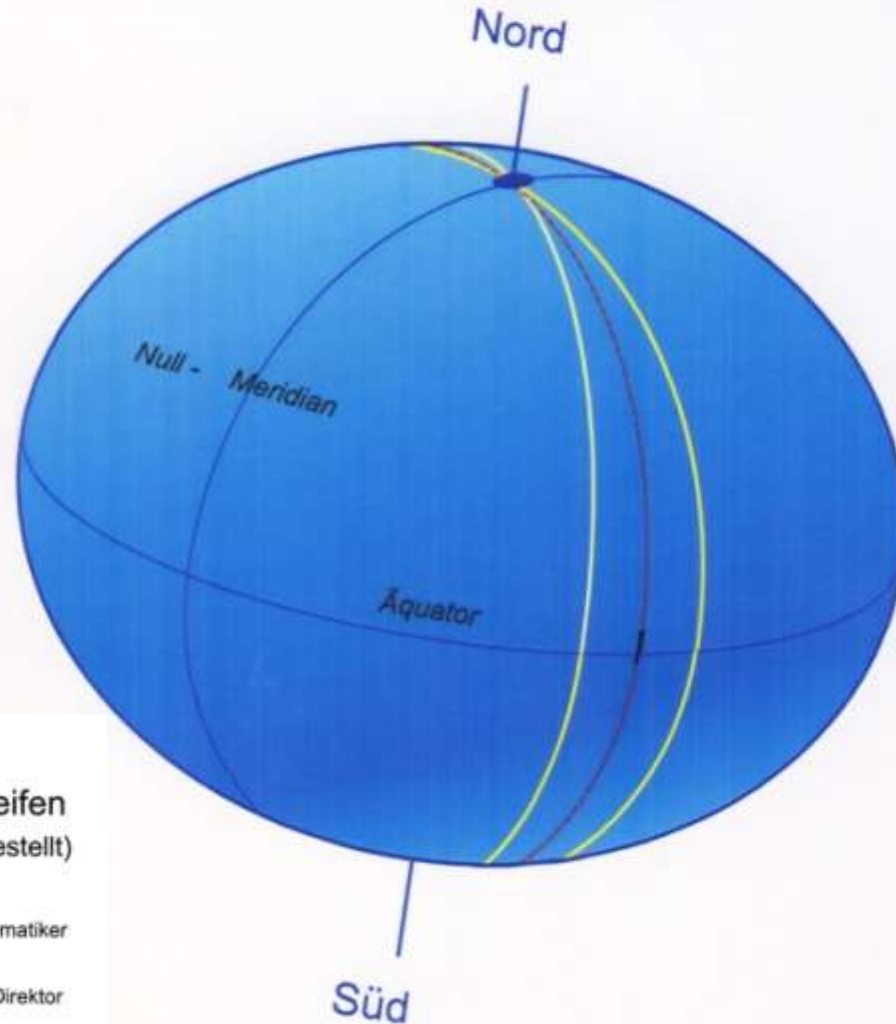
Abbildung 1.4-10: Längentreue Abbildung des Hauptmeridians bei der Transversalen Mercatorprojektion



**Abbildung 1.4-11: Ellipsoidische Ortho-
gonalkoordinaten**

Konforme Abbildung des Erdellipsoides in die Ebene

Gauß-Krüger Meridianstreifensystem

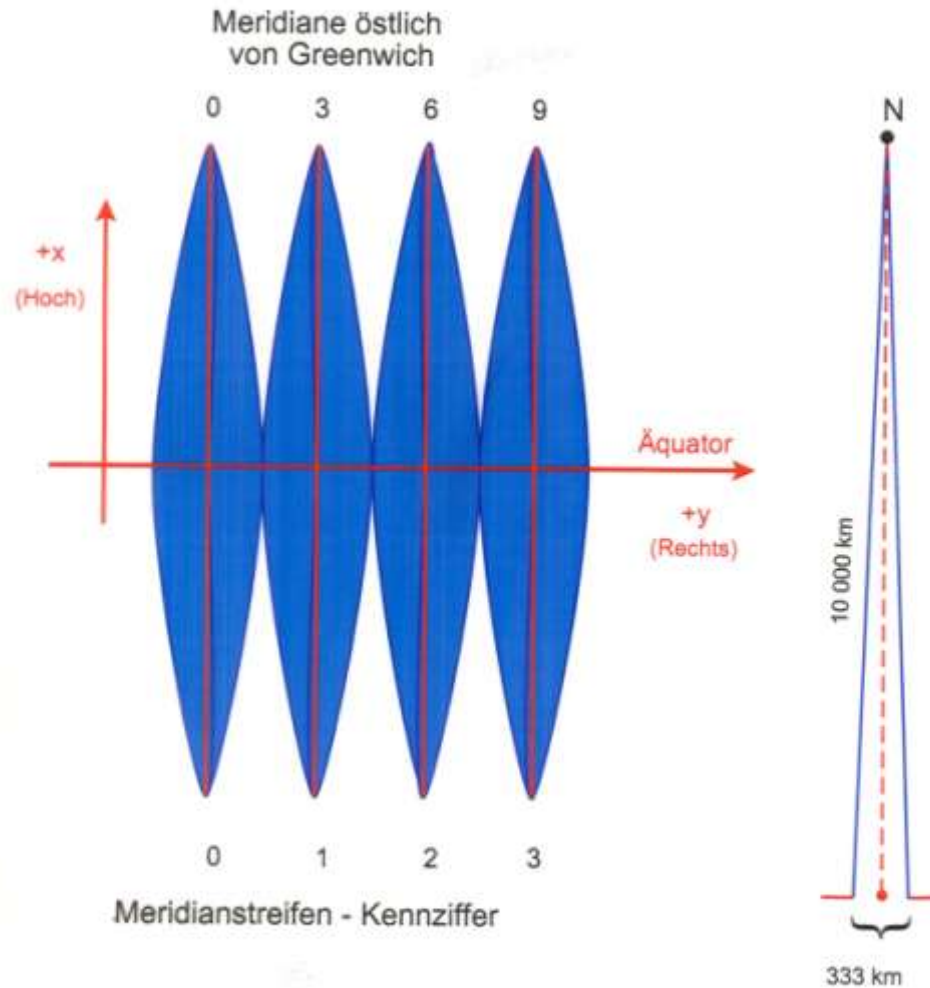


Rotationsellipsoid
mit ausgewähltem Meridianstreifen
(Meridianstreifen übertrieben breit dargestellt)

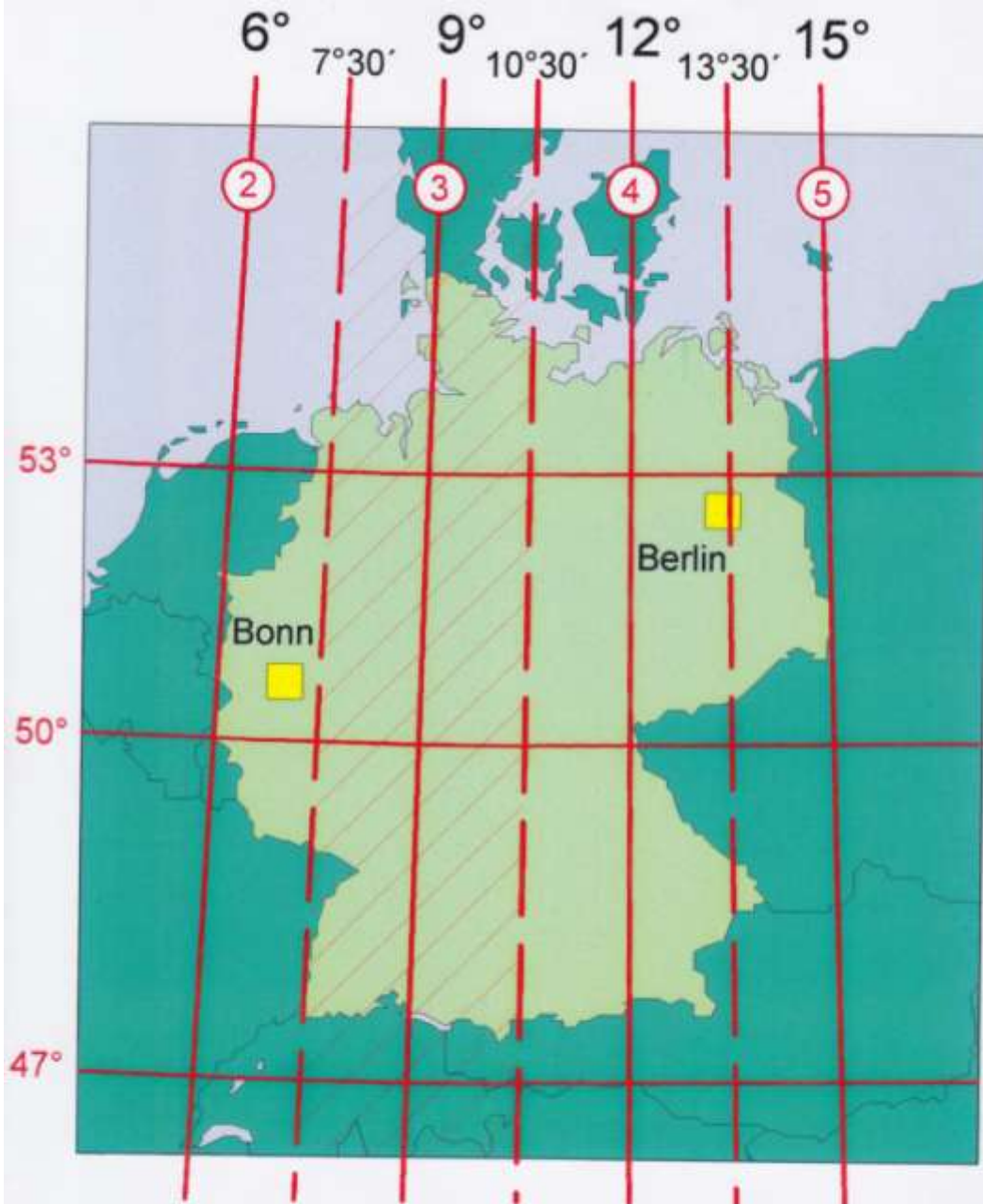
Carl Friedrich Gauß (1777-1855), bedeutender Mathematiker
und Geodät, Professor in Göttingen.

Johann Heinrich Louis Krüger (1857-1923), Geodät, Direktor
des Geodätischen Institutes Potsdam.

Gauß-Krüger Meridianstreifensystem



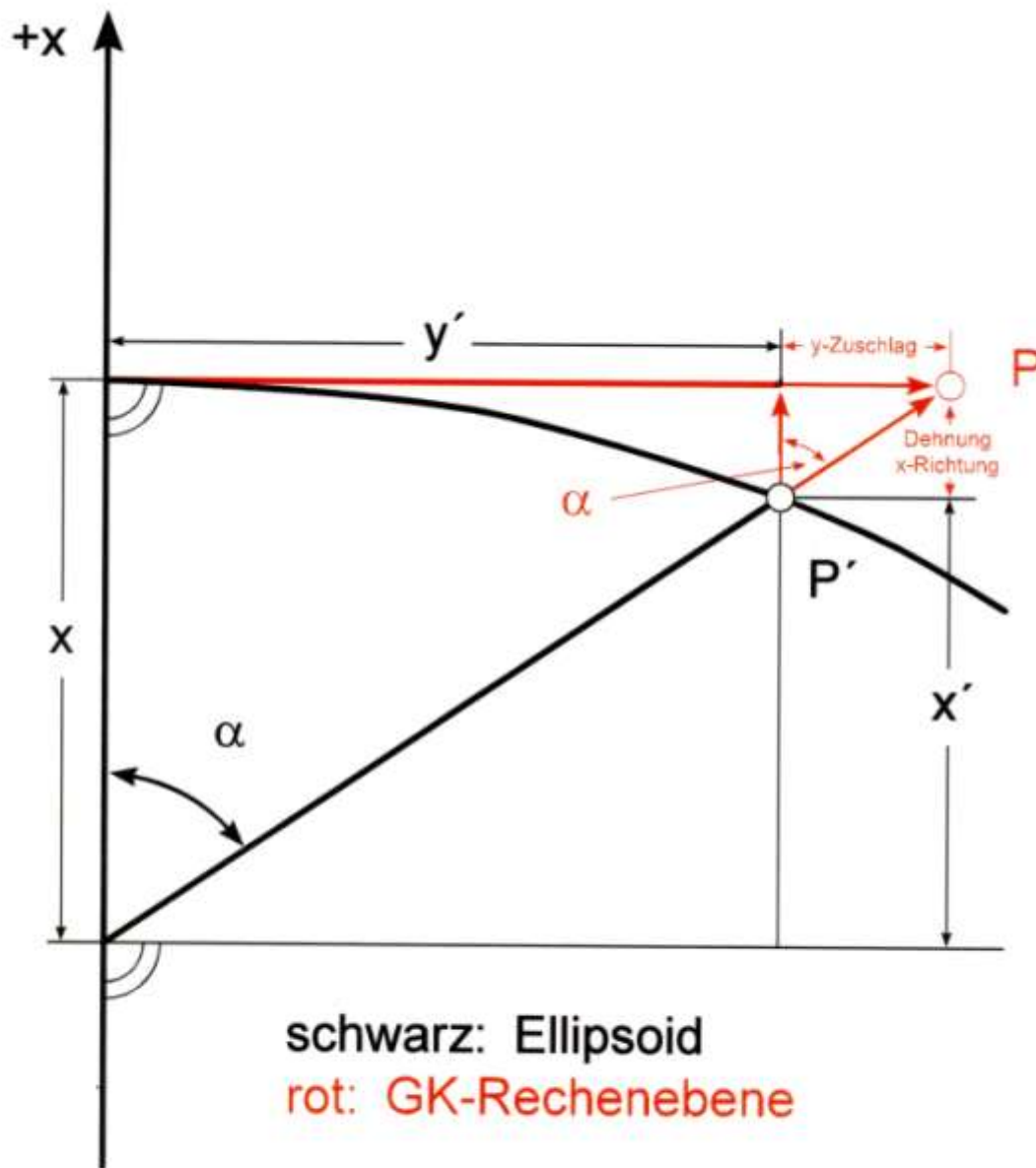
Der individuelle Meridianstreifen ist ein sphäroidisches
Zweieck, das sich von Pol zu Pol erstreckt und am
Äquator eine Breite von rd. 333 km hat.



Einteilung der Meridianstreifen
der Gauß-Krüger-Koordinatensysteme

Beispiel 1.4.2: Ellipsoidisch geographische Koordinaten (L, B) und ebene rechtwinklige Gauß-Krüger-Koordinaten (R, H) des Turmbolzens am Aachener Dom (in der Nähe des Hauptmeridians im 2. Streifen). Bezugsfläche ist das Bessel-Ellipsoid.

Geographische Koordinaten	Gauß-Krüger-Koordinaten
$L = 6^{\circ} 05' 03'', 1968$	$R(= y) = 2\,505\,939,81 \text{ m}$
$B = 50^{\circ} 46' 34'', 3737$	$H(= x) = 5\,626\,616,56 \text{ m}$

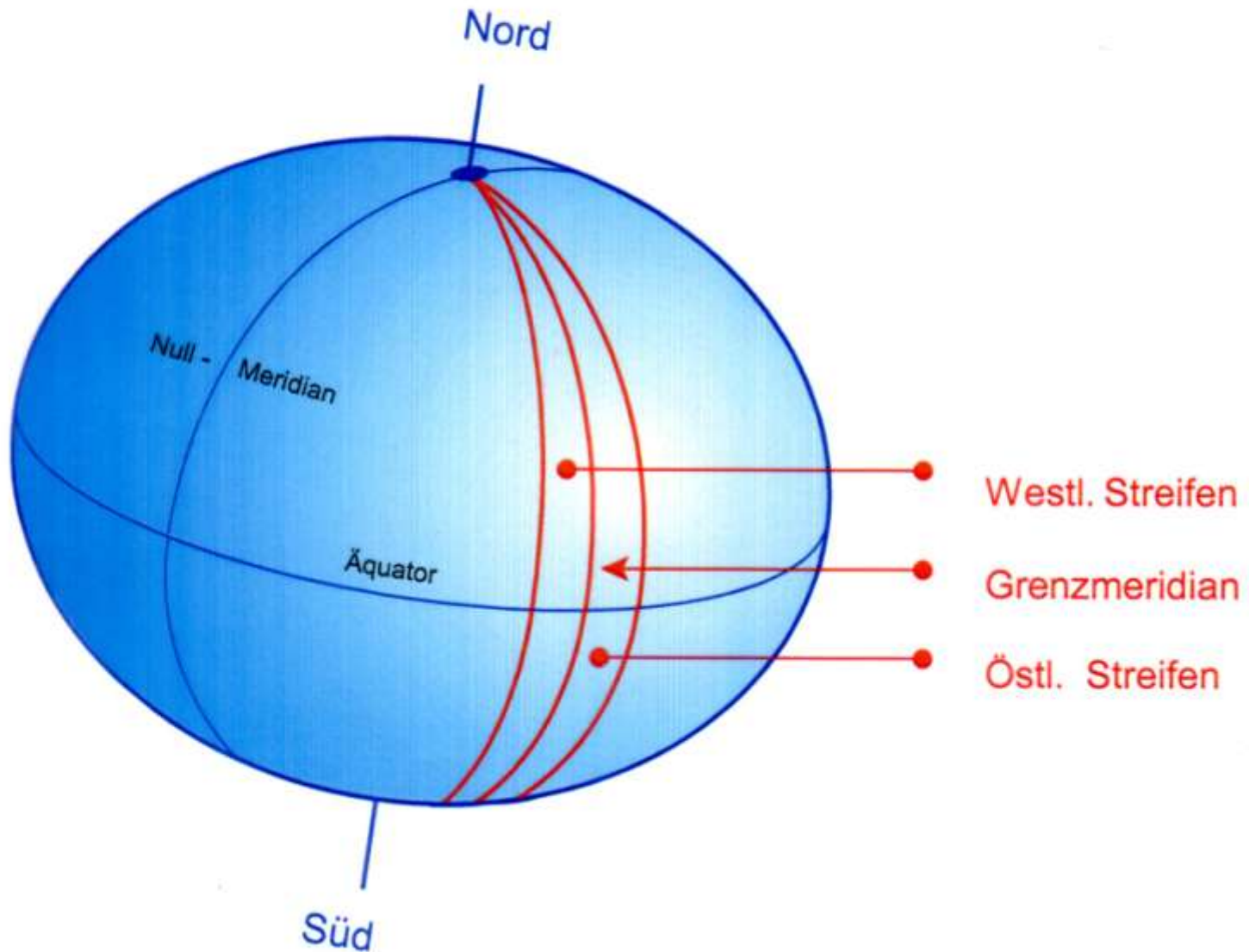


Differentielle Abbildungsverzerrung
Ellipsoid - Gauß-Krüger-Rechenebene

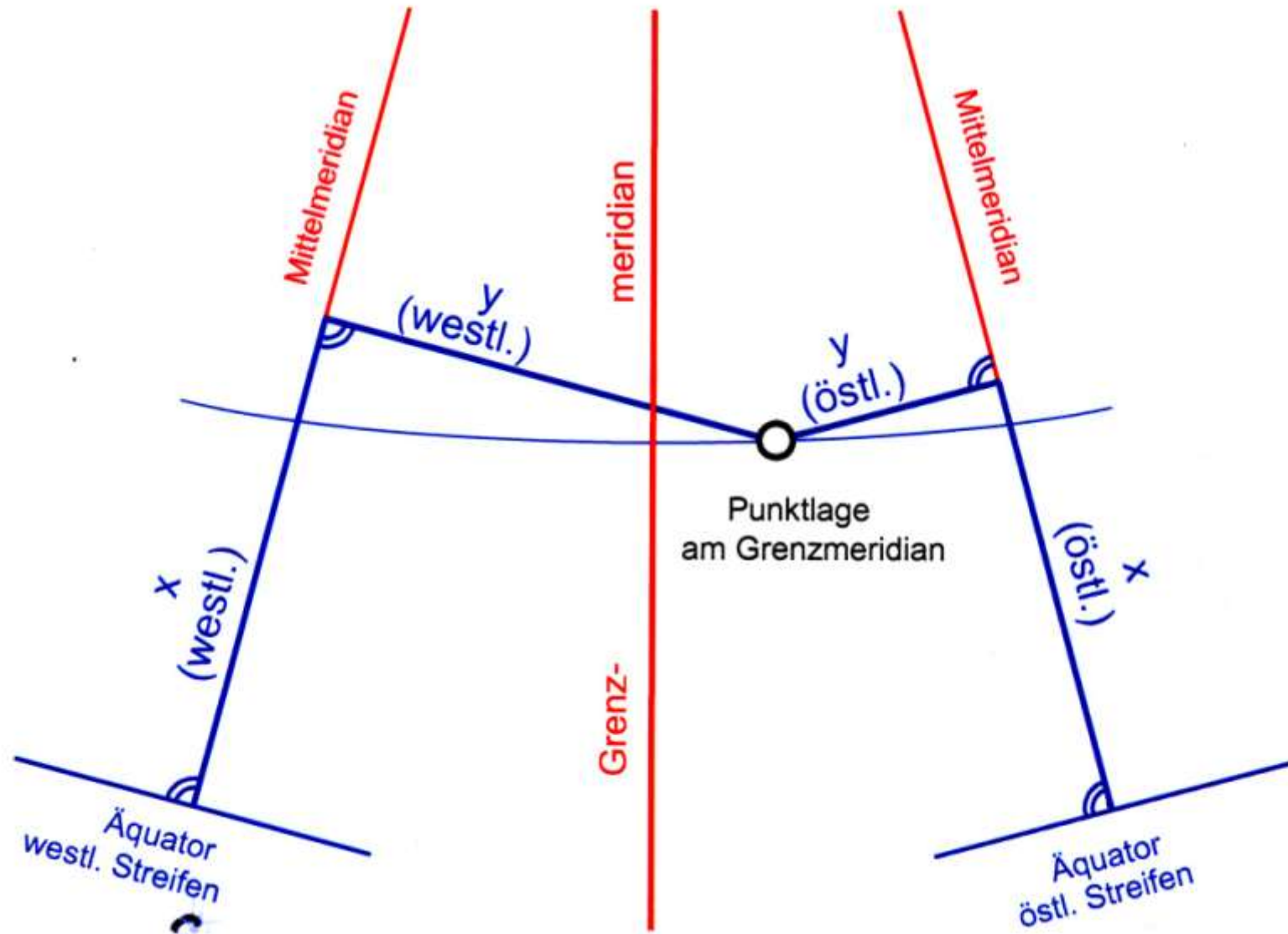
Beispiel 1.4.1: Dehnung einer 1 km langen Strecke durch Projektionsverzerrung bei 50° Breite ($r = 6\,381$ km, Gaußsche Schmiegungskugel)

Mittelordinate y_m	[km]	10	20	40	60	80	100
Dehnung	[cm]	0,1	0,5	2,0	4,4	7,9	12,3

Gauß-Krüger-Koordinaten bei Randlage im Meridianstreifen



In einem Überlappungsbereich von 10' beiderseits eines Grenzmeridianes werden Lagefestpunkte in beiden benachbarten Meridianstreifen koordiniert.



Beispiel 1.4.3: Gauß-Krüger-Koordinaten der Turmspitze der Reinoldikirche in Dortmund (im Grenzbereich des 2. und 3. Meridianstreifens).

2. Meridianstreifen	3. Meridianstreifen
$y = 2\,601\,891,55 \text{ m}$	$y = 3\,393\,673,97 \text{ m}$
$x = 5\,709\,933,07 \text{ m}$	$x = 5\,710\,023,97 \text{ m}$

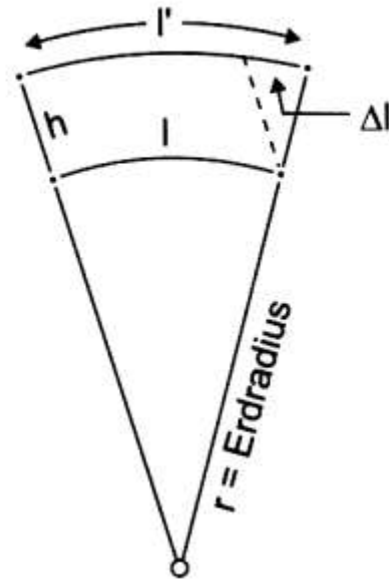


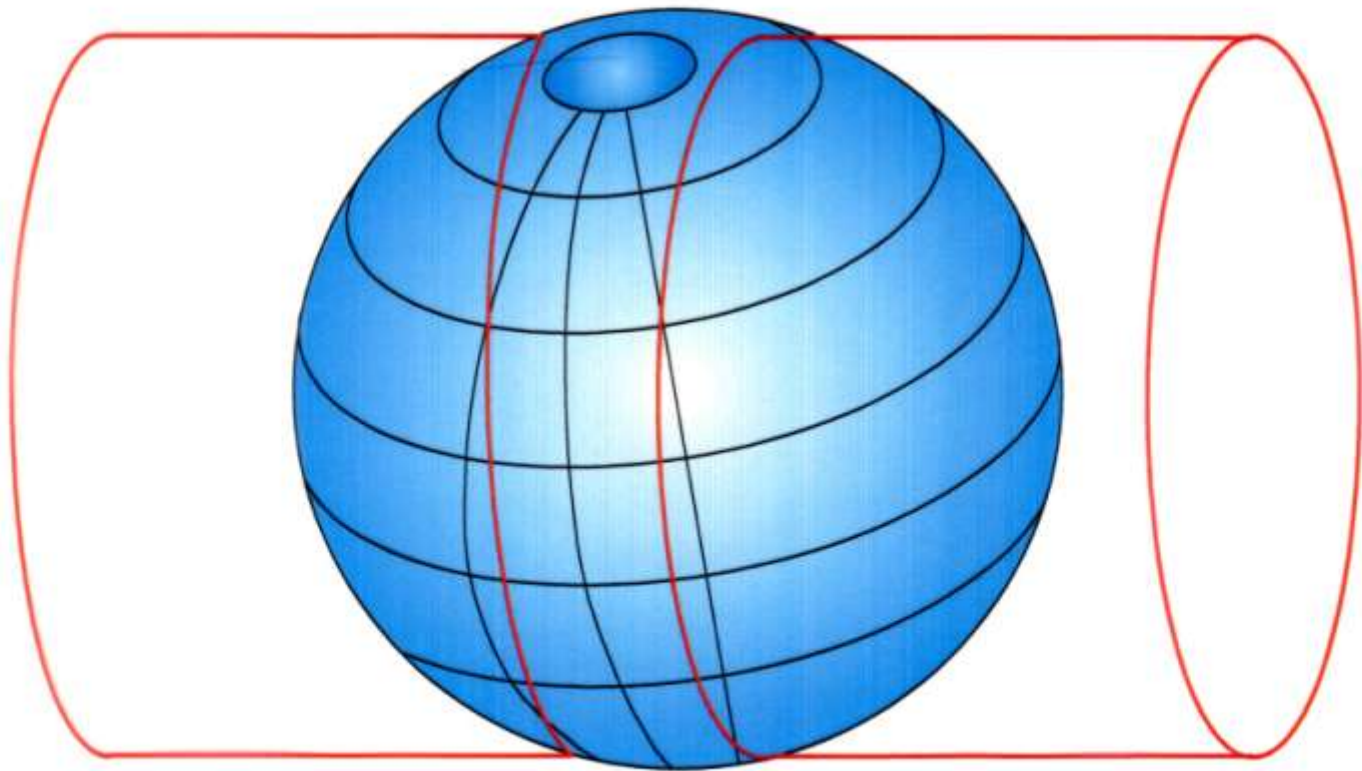
Abbildung 1.4-16: Reduktion Δl für die in der Höhe h gemessene Strecke l'

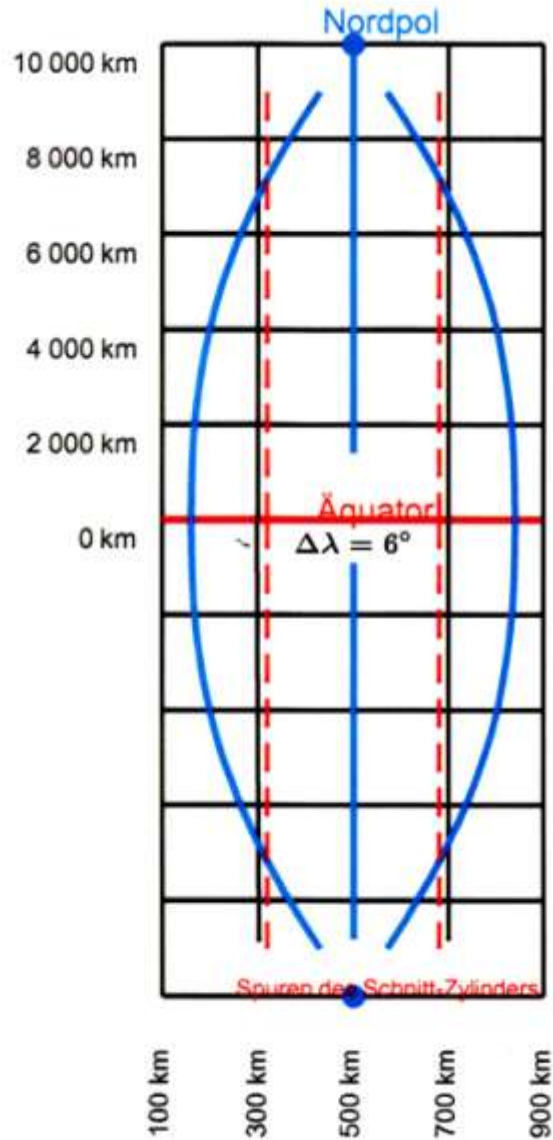
Beispiel 1.4.6: Mit dem Erdradius $r = 6\,381$ km (Mittelwert für Deutschland) erhält man

- für $l' = 1$ km, $h = 500$ m die Reduktion $\Delta l = 7,8$ cm,
- für $l' = 10$ km, $h = 1\,000$ m die Reduktion $\Delta l = 1,57$ m.

Universale transversale Mercator-Abbildung (UTM)

Meridianstreifenweise Abbildung der ETRS89-Koordinaten
auf einen transversal gelagerten Schnitt-Zylinder





Schematische Struktur eines UTM-Meridianstreifens (UTM-Zone)

10 000 km

8 000 km

6 000 km

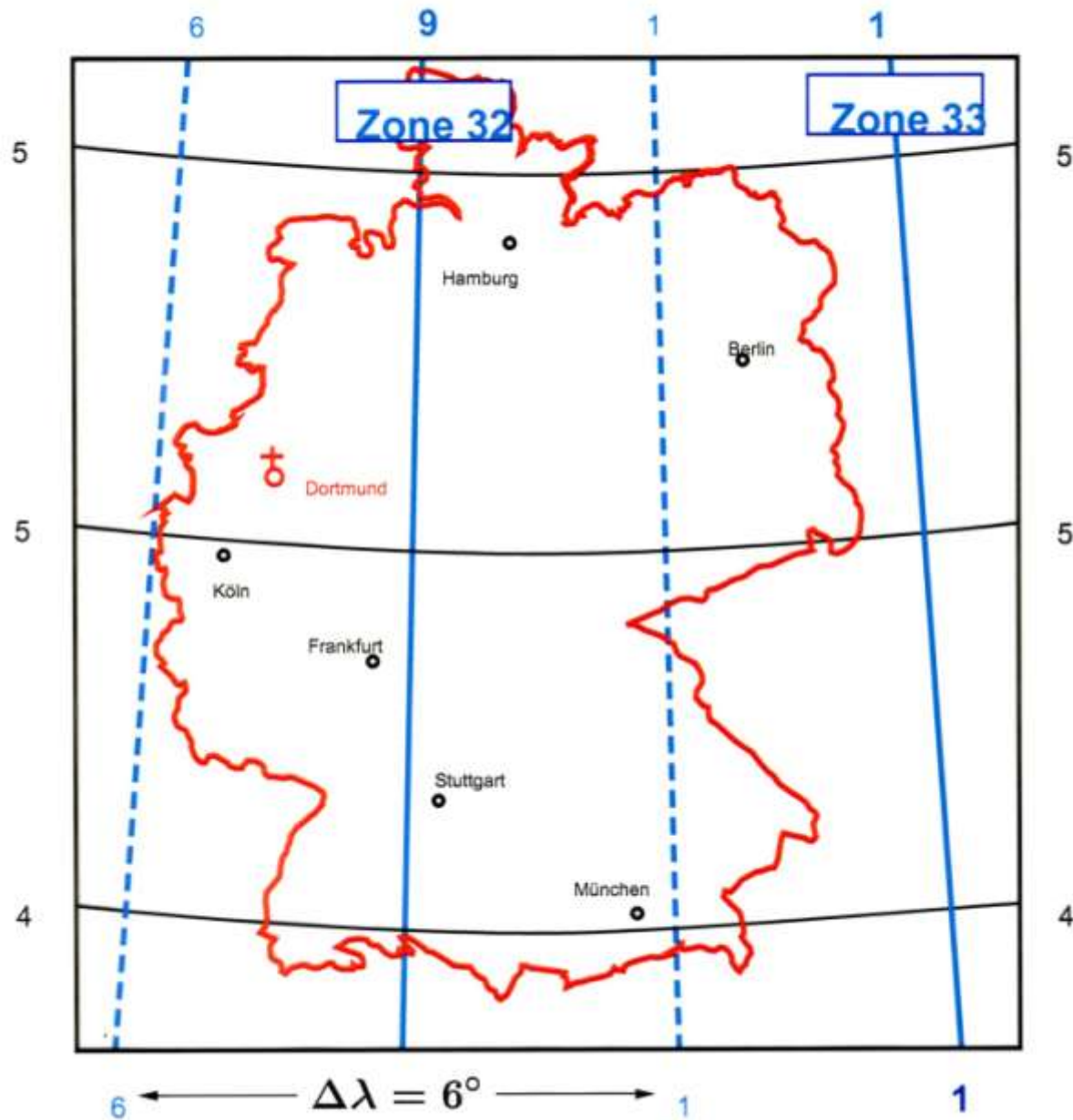
4 000 km

2 000 km

0 km

(Übertrieben breite Darstellung)

UTM-Zonen im Bereich der BR Deutschland



Beispiel 1.4.4: Stauchung und Dehnung einer 1 km langen Strecke durch Projektionsverzerrung bei 50° Breite ($r = 6383$ km, GRS 80-Schmiegunngskugel)

Mittelordinate y_m	[km]	0	50	100	150	180,4	200	220
Stauchung (-), Dehnung (+)	[cm]	-40,0	-36,9	-27,7	-12,4	0,0	+9,1	+19,4

Beispiel 1.4.5: Ellipsoidisch geographische Koordinaten (L, B), ebene rechtwinklige UTM-Koordinaten (E, N) und geozentrische Koordinaten (X, Y, Z) des Turmbolzens am Aachener Dom (in der Nähe des Grenzmeridians 6° östl. Länge, Hauptmeridian 9° östl. Länge, Zone 32). Bezugssystem ETRS89.

Geographische Koordinaten	UTM-Koordinaten	Geozentrische Koordinaten
$L = 6^\circ 05' 00'', 9027$	$E(=y) = 32\,294\,385,70 \text{ m}$	$X = 4\,018\,830,37 \text{ m}$
$B = 50^\circ 46' 29'', 9040$	$N(=x) = 5\,628\,856,97 \text{ m}$	$Y = 428\,324,51 \text{ m}$
		$Z = 4\,917\,920,24 \text{ m}$

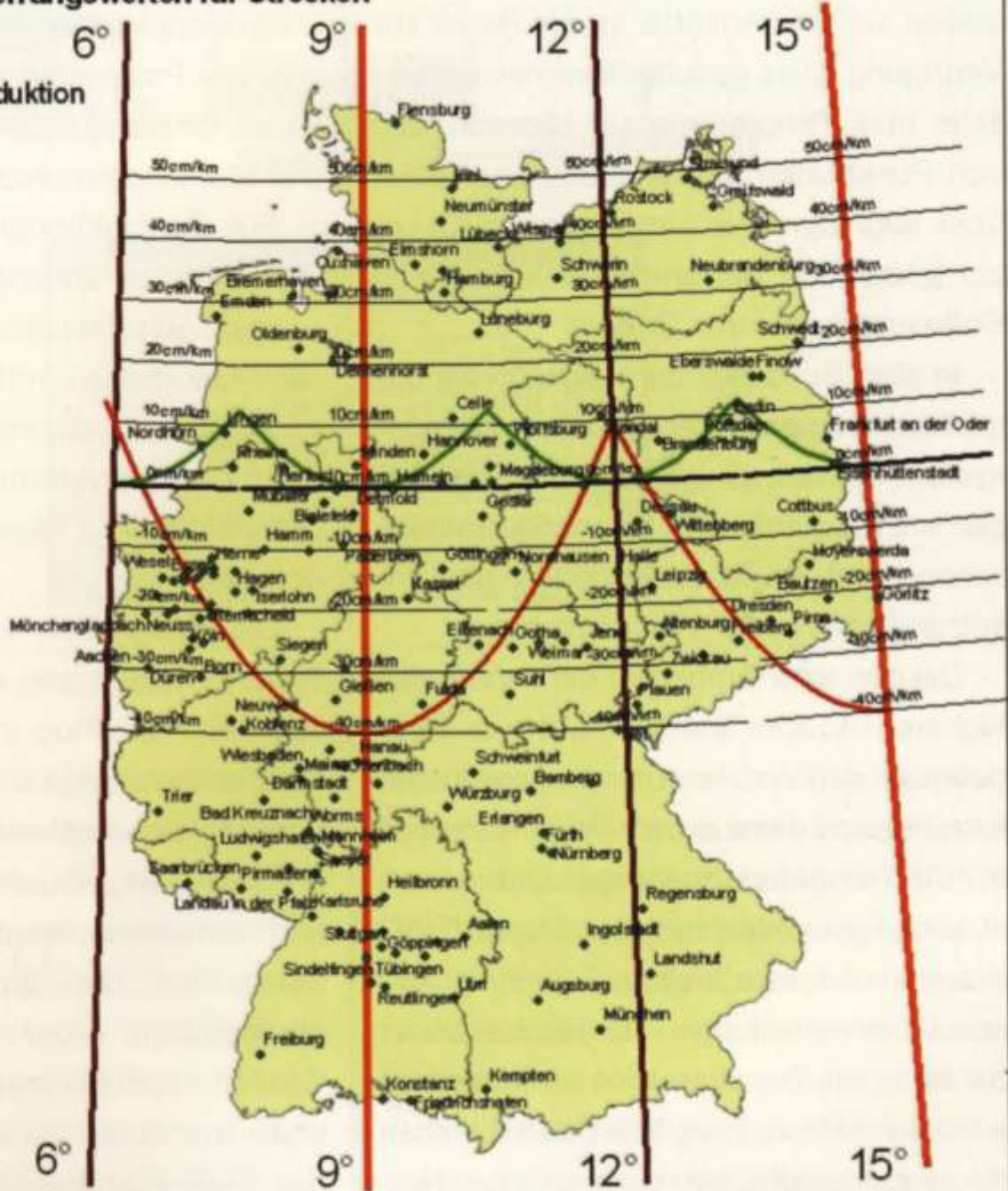
Ordinate $y =$ Länge des ellipsoidischen Lotes $= -205\,614,30 \text{ m}$
 (westlich des Hauptmeridians 9° östl. Länge in der Zone 32)

Abszisse $x =$ Abstand des Ordinatenfußpunktes vom Äquator
 (auf dem Hauptmeridian gemessen).

Bezugssystem	DHDN/GK	ETRS89/UTM
Bezugsellipsoid	Bessel 1841	GRS80
Lagerung	„Potsdam Datum“, Zentralpunkt Rauenberg	Geozentrische Lagerung
Abbildung	Gauß-Krüger: Transversale Zylinderprojektion (konforme Abbildung), Berührzylinder	UTM: transversale Zylinderprojektion (konforme Abbildung), Schnitzzylinder
Maßstabsfaktor am Mittelmeridian	1	0,9996
Ausdehnung der Meridianstreifen bzw. -zonen	3°	6°
Meridianstreifen bzw. -zonen in Deutschland	2, 3, 4, 5	32, 33 (per Definition keine 31)
Bezeichnung der Koordinatenwerte	R(echts), H(och)	E(ast), N(orth)
False Easting	2.500.000 m (2. Streifen) 3.500.000 m (3. Streifen) 4.500.000 m (4. Streifen) 5.500.000 m (5. Streifen)	500.000 m ggf. 2.500.000 (Zone 32) und 3.500.000 (Zone 33) oder 32.500.000 (Zone 32) und 33.500.000 (Zone 33)
Verzerrungen	Bis zu 12,4 cm pro km Streckung am Streifenrand	Bis zu 40 cm pro km Stauchung in der Zonenmitte
Geodätische Lagebezugssysteme	DHDN LS100, S42/83, RD83, PD83, Netz 77, PrLA, Netz 88, ...	ETRS89

Darstellung von Verzerrungswerten für Strecken

- Gauss-Krüger-Reduktion
- UTM-Reduktion



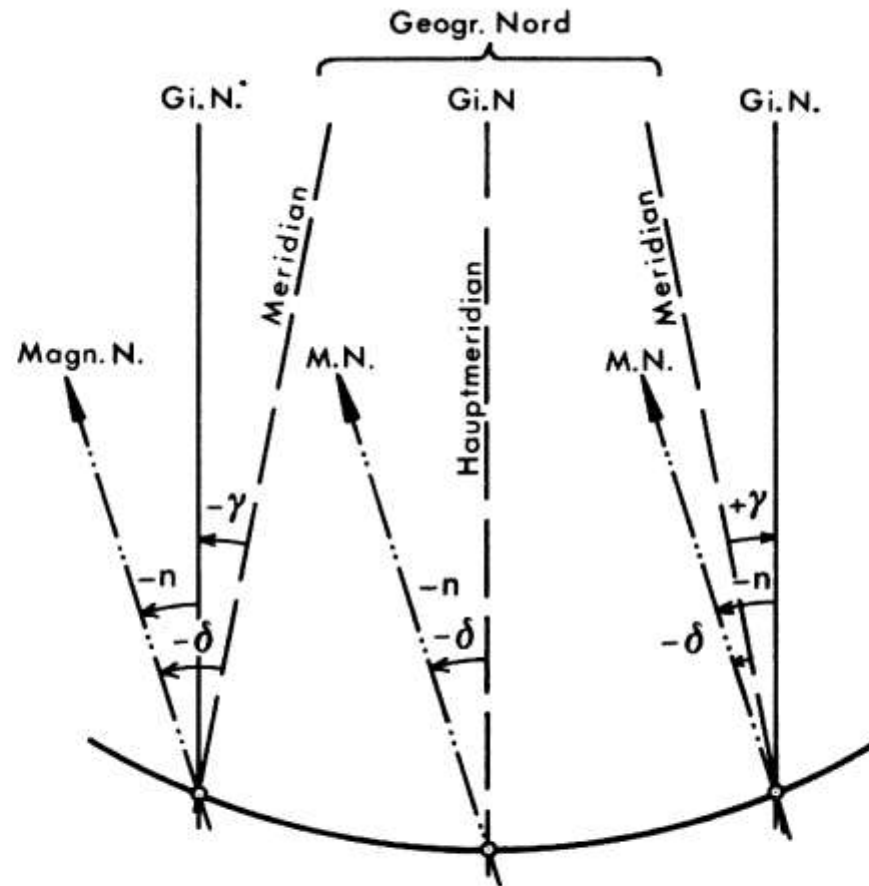


Abbildung 1.4-17: Meridiankonvergenz γ , Deklination δ und Nadelabweichung n in einem Meridianstreifensystem

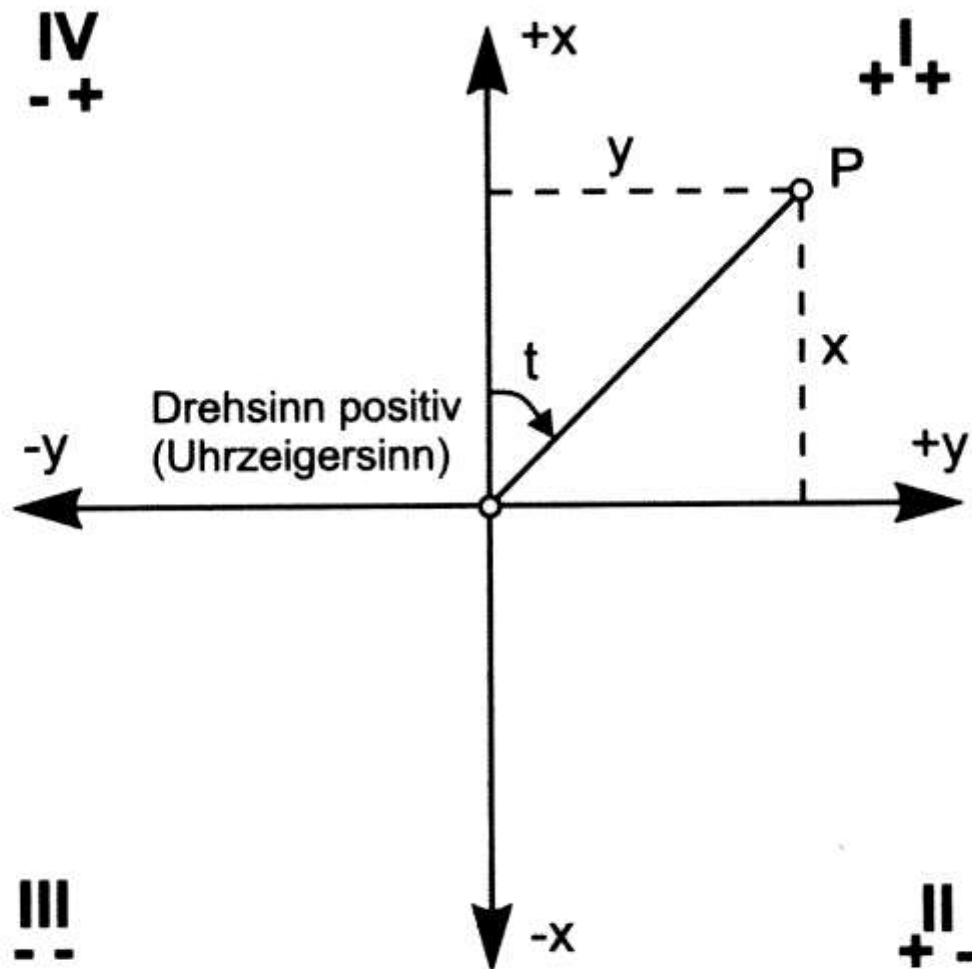


Abbildung 1.4-6: Ebenes geodätisches rechtwinkliges Koordinatensystem

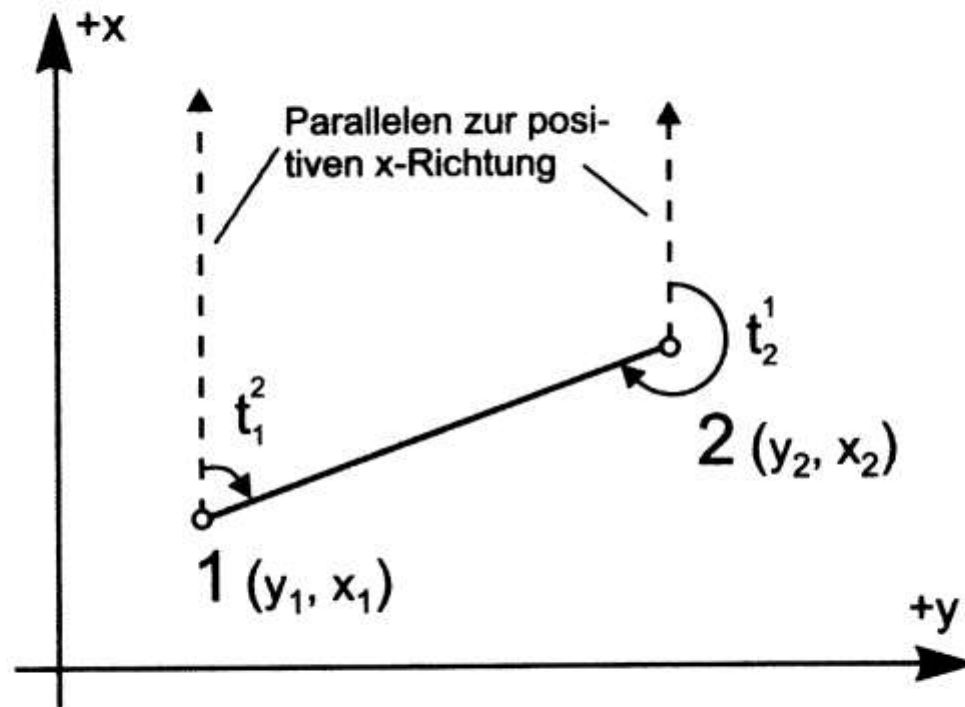


Abbildung 1.4-7: Richtungswinkel t

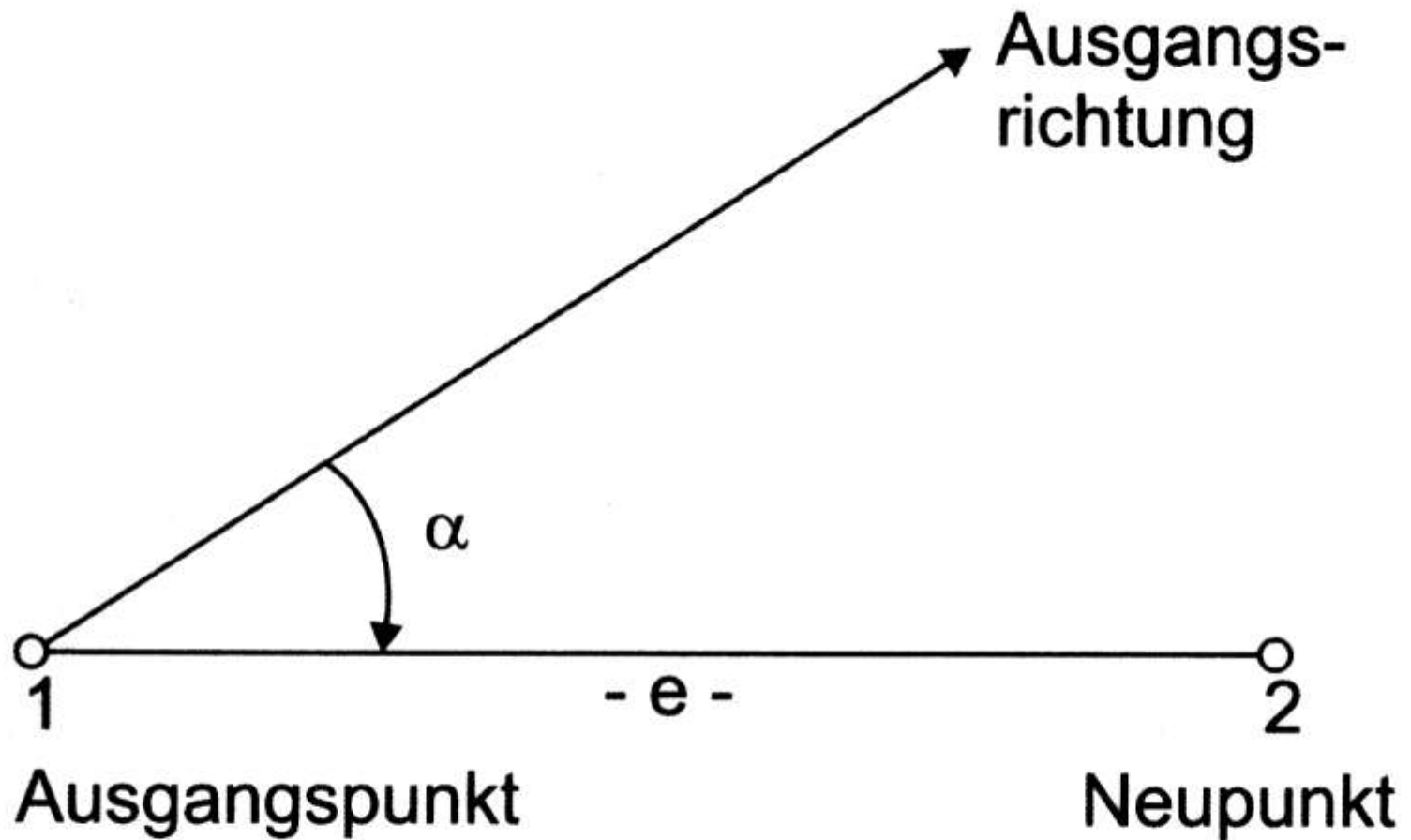


Abbildung 1.4-8: Beliebiges polares Koordinatensystem

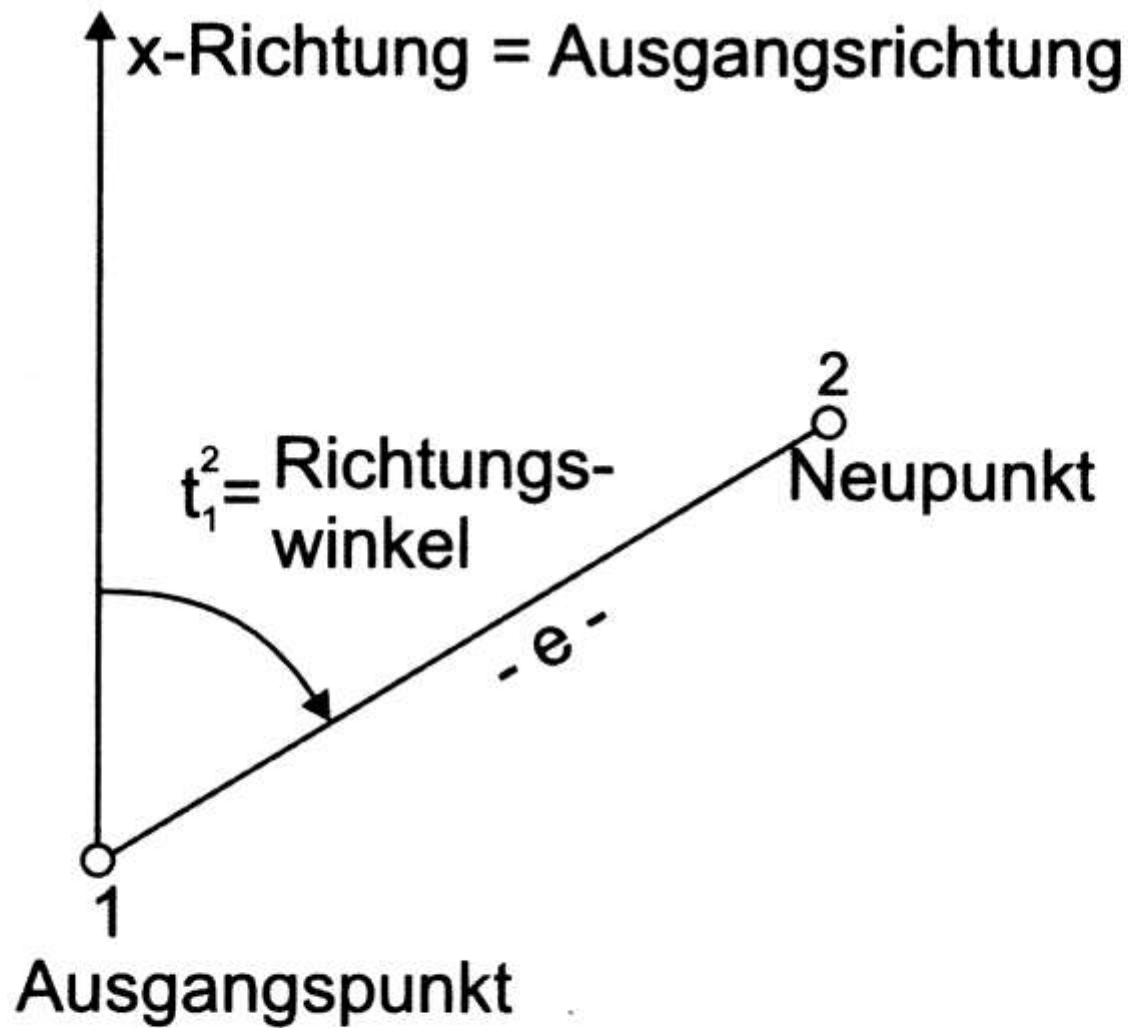


Abbildung 1.4-9: Nach Norden orientiertes polares Koordinatensystem

Tabelle 1.5-1: SI-Basisgrößen und -Basiseinheiten

für die Länge	das Meter	(m)
für die Masse (früher „Gewicht“)	das Kilogramm	(kg)
für die Zeit (Zeitintervall)	die Sekunde	(s)
für die elektrische Stromstärke	das Ampere	(A)
für die thermodynamische Temperatur	das Kelvin	(K)
für die Stoffmenge	das Mol	(mol)
für die Lichtstärke	die Candela	(cd)

Tabelle 1.5-2: Vorsätze und Vorsatzzeichen

Einheit	Vorsatzzeichen	Zehnerpotenzen	Wert
Exa	E	$= 10^{18}$	$= 1\,000\,000\,000\,000\,000\,000$ (Trillion)
Peta	P	$= 10^{15}$	$= 1\,000\,000\,000\,000\,000$ (Billiarde)
Tera	T	$= 10^{12}$	$= 1\,000\,000\,000\,000$ (Billion)
Giga	G	$= 10^9$	$= 1\,000\,000\,000$ (Milliarde)
Mega	M	$= 10^6$	$= 1\,000\,000$ (Million)
Kilo	k	$= 10^3$	$= 1\,000$ (Tausend)
Hekto	h	$= 10^2$	$= 100$ (Hundert)
Deka	da	$= 10^1$	$= 10$ (Zehn)
Dezi	d	$= 10^{-1}$	$= 0,1$ (Zehntel)
Zenti	c	$= 10^{-2}$	$= 0,01$ (Hundertstel)
Milli	m	$= 10^{-3}$	$= 0,001$ (Tausendstel)
Mikro	μ	$= 10^{-6}$	$= 0,000\,001$ (Millionstel)
Nano	n	$= 10^{-9}$	$= 0,000\,000\,001$ (Milliardenstel)
Piko	p	$= 10^{-12}$	$= 0,000\,000\,000\,001$ (Billionstel)
Femto	f	$= 10^{-15}$	$= 0,000\,000\,000\,000\,001$ (Billiardenstel)
Atto	a	$= 10^{-18}$	$= 0,000\,000\,000\,000\,000\,001$ (Trillionstel)

Tabelle 1.5-3: Für das Vermessungswesen wichtige abgeleitete Einheiten

Größe	Einheit	Einheitenzeichen
Fläche	Quadratmeter	m^2
Volumen	Kubikmeter	m^3
Ebener Winkel	Radian	rad (= m/m)
Zeit	Sekunde, Minute, Stunde, Tag	s, min, h, d
Frequenz	Hertz	Hz (= s^{-1})
Kraft	Newton	N (= $kg \cdot m/s^2$)

Tabelle 1.5-4: Gebräuchliche Längen, Flächen und Volumen

Aus der Längeneinheit *Meter* [m] abgeleitete Längenmaße:

<i>Kilometer</i>	1 km = $1 \cdot 10^3$ m	<i>Millimeter</i>	1 mm = $1 \cdot 10^{-3}$ m
<i>Hektometer</i>	1 hm = $1 \cdot 10^2$ m	<i>Mikrometer</i>	1 μ m = $1 \cdot 10^{-6}$ m
<i>Dezimeter</i>	1 dm = $1 \cdot 10^{-1}$ m	<i>Nanometer</i>	1 nm = $1 \cdot 10^{-9}$ m
<i>Zentimeter</i>	1 cm = $1 \cdot 10^{-2}$ m		

Aus der Flächeneinheit *Quadratmeter* [m²] abgeleitete Flächenmaße:

<i>Quadratkilometer</i>	1 km ² = $1 \cdot 10^6$ m ² = 1 000 000 m ²
<i>Hektar</i>	1 ha = $1 \cdot 10^4$ m ² = 10 000 m ²
<i>Ar</i>	1 a = $1 \cdot 10^2$ m ² = 100 m ²
<i>Quadratdezimeter</i>	1 dm ² = $1 \cdot 10^{-2}$ m ² = 0,01 m ²
<i>Quadratzentimeter</i>	1 cm ² = $1 \cdot 10^{-4}$ m ² = 0,000 1 m ²
<i>Quadratmillimeter</i>	1 mm ² = $1 \cdot 10^{-6}$ m ² = 0,000 001 m ²

Aus der Volumeneinheit *Kubikmeter* [m³] abgeleitete Raummaße:

<i>Kubikdezimeter</i>	1 dm ³ = $1 \cdot 10^{-3}$ m ³ = 1 Liter
<i>Kubikzentimeter</i>	1 cm ³ = $1 \cdot 10^{-6}$ m ³

$$1 \text{ [rad]} = \frac{b_e}{r_e}$$

$$\widehat{\alpha} \text{ [rad]} = \frac{b}{r} = \frac{\textit{Bogenlänge}}{\textit{Radius}}$$

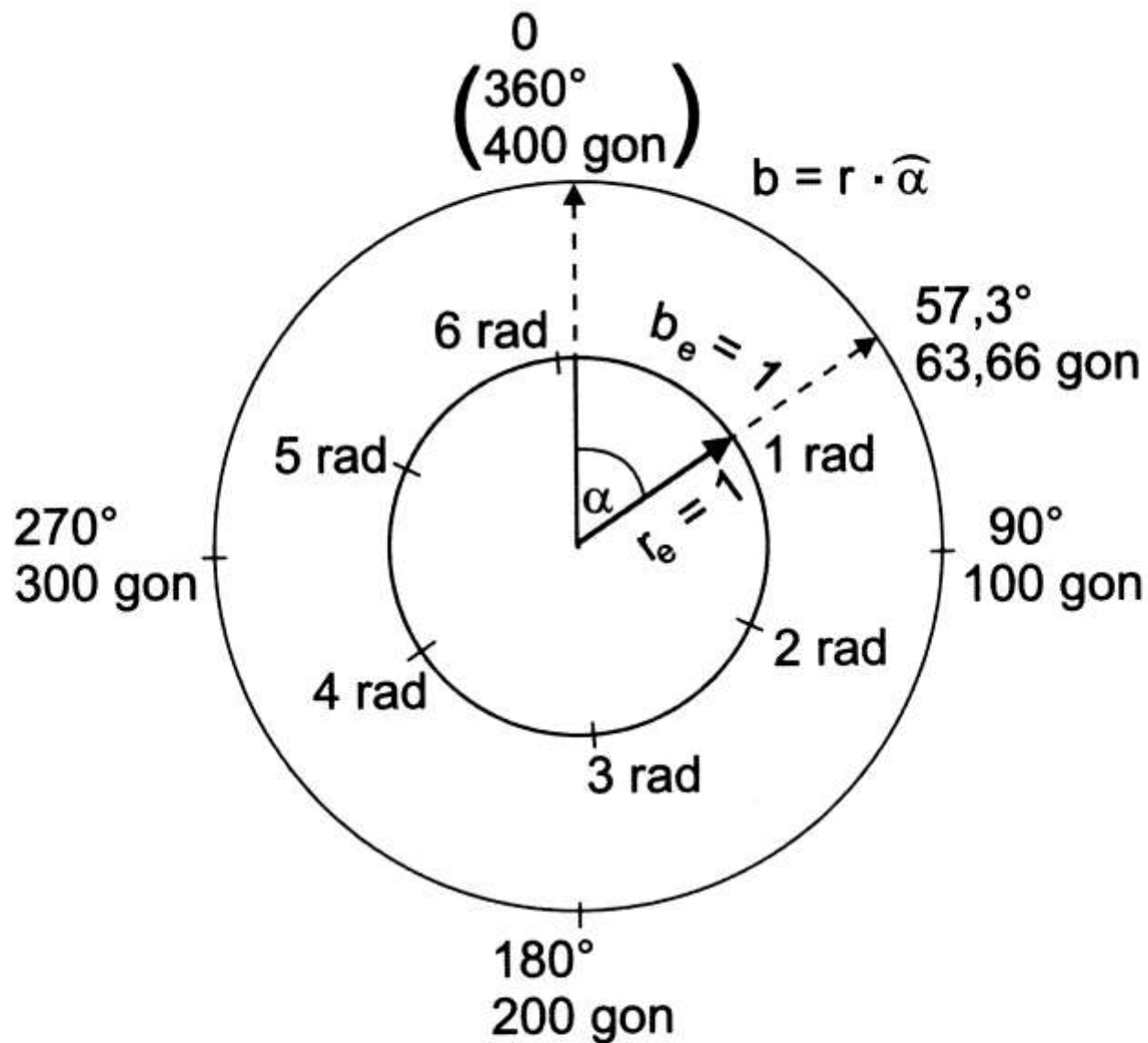


Abbildung 1.5-1: Winkelmaße in Radiant, Gon und Grad

Tabelle 1.5-5: Weitere abgeleitete Einheiten des ebenen Winkels

Winkeleinheit	Einheitenzeichen	Umrechnungsfaktoren		
<i>der Vollwinkel</i>		$\hat{=}$	2π	rad
<i>der Grad</i>	1°	$\hat{=}$	$\frac{\pi}{180}$	rad
<i>die Minute</i>	$1'$	$\hat{=}$	$\frac{\pi}{10800}$	rad $\hat{=}$ $(1/60)^\circ$
<i>die Sekunde</i>	$1''$	$\hat{=}$	$\frac{\pi}{648000}$	rad $\hat{=}$ $(1/60)'$
<i>das Gon</i>	1 gon	$\hat{=}$	$\frac{\pi}{200}$	rad
<i>das Dezigon</i>	1 dgon	$\hat{=}$	$\frac{\pi}{2000}$	rad $\hat{=}$ 0,1 gon
<i>das Zentigon</i>	1 cgon	$\hat{=}$	$\frac{\pi}{20000}$	rad $\hat{=}$ 0,01 gon
<i>das Milligon</i>	1 mgon	$\hat{=}$	$\frac{\pi}{200000}$	rad $\hat{=}$ 0,001 gon

Tabelle 1.5-6: Beziehungen zwischen Gon und Grad

1 gon = 0,9°	1° = 1/0,9 gon (= 1,111... gon)
1 cgon = 0,54'	1' = 1/0,54 cgon (= 1/54 gon)
1 mgon = 3,24''	1'' = 1/3,24 mgon (≈ 0,3 mgon)

Bogenmaßaufgaben

Der Winkel (in Gon oder Grad), welcher dem Bogenmaß 1 rad entspricht, wird im Vermessungswesen mit dem griechischen Buchstaben ρ (rho) bezeichnet. Er dient als *Umwandlungsfaktor* für die Berechnung kleiner Winkel oder Kreisbogenlängen, z. B. zu Genauigkeitsabschätzungen, zur Bestimmung von Bauwerksdeformationen, zum Absetzen kleiner Winkel usw., weil bei kleinen Winkeln sich die Werte für Sinus, Radiant und Tangens nicht wesentlich unterscheiden.

Wegen

$$\widehat{\alpha} \text{ [rad]} = \frac{b}{r}$$

ist für das Winkelmaß Gon (bzw. Grad)

$$\alpha \text{ [gon]} = \frac{b}{r} \cdot \rho \text{ [gon]} ; \quad \frac{b}{r} = \frac{\alpha \text{ [gon]}}{\rho \text{ [gon]}} ; \quad b = r \cdot \frac{\alpha \text{ [gon]}}{\rho \text{ [gon]}} \quad (1.9)$$

wobei α und ρ in der Dimension Gon (bzw. Grad) eingesetzt oder erhalten werden.

Tabelle 1.5-7: ρ (rho) in Gon und Grad

<i>Radiant</i>	<i>Gon bzw. Grad</i>				
1 rad	= $(200/\pi)$	gon	= 63,661 977...	gon	= ρ gon
	= $(20\,000/\pi)$	cgon	= 6366,1977...	cgon	= ρ cgon
	= $(200\,000/\pi)$	mgon	= 63661,977...	mgon	= ρ mgon
	= $(180/\pi)$	°	= 57,295 7795...	°	= ρ °
	= $(180 \cdot 60/\pi)$	'	= 3437,74677...	'	= ρ '
	= $(180 \cdot 60 \cdot 60/\pi)$	"	= 206264,806...	"	= ρ "

1.5.3 Maßverhältnisse

Maßstabsberechnung

Unter dem *Maßstab* M bzw. dem *Maßverhältnis* $M = 1 : m$ einer Karte, eines Planes oder eines Luftbildes (Kap. 10.3) versteht man das Verhältnis:

$$\frac{\text{Zeichenstrecke (Karte, Plan, Bild)}}{\text{Naturstrecke}} = \frac{e_z}{e_n} = M = \frac{1}{m} \quad (1.10)$$

Man nennt m die *Maßstabszahl* und bezeichnet

- Karten mit $m \leq 5000$ als großmaßstäbig
- Karten mit $m > 5000$ als kleinmaßstäbig

Beispiel 1.5.2: Maßstabsumrechnungen zwischen Karte und Natur

1) Kartenmaßstab: $M_k = 1 : m_k = e_k : e_n$.

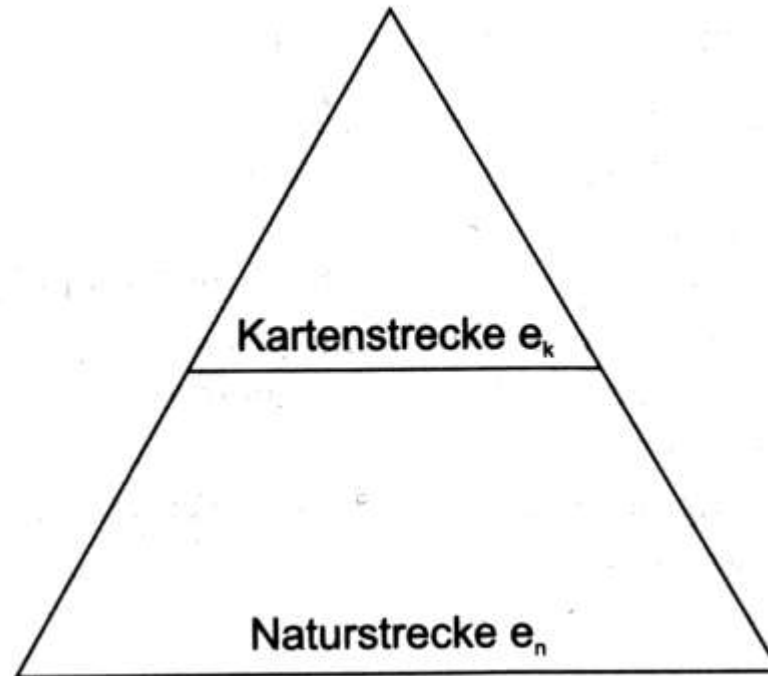


Abbildung 1.5-3: Zentralprojektion Kartenstrecke – Naturstrecke

2) Maßstabsumrechnung bei Längen:

Vergleich zweier einander entsprechender Zeichenstrecken ungleichen Maßverhältnisses.

$$e_n = e_1 \cdot m_1 = e_2 \cdot m_2$$

$$\frac{e_1}{e_2} = \frac{m_2}{m_1} = \frac{M_1}{M_2} \quad (1.11)$$

Die Zeichenstrecken zweier Zeichnungen (Karten, Pläne, Luftbilder etc.) verhalten sich umgekehrt wie ihre Maßstabszahlen.

3) Maßstab und Fläche:

Fläche = Strecke · Strecke : $F = a \cdot b$

Zeichenfläche: $F_z = a_z \cdot b_z$

Naturfläche: $F_n = a_n \cdot b_n = a_z \cdot m \cdot b_z \cdot m$

$$\begin{aligned} F_n &= a_z \cdot b_z \cdot m^2 = F_z \cdot m^2 & (1.12) \\ \text{Naturfläche} &= \text{Zeichenfläche} \cdot m^2 \\ \text{mit } m &= \text{Maßstabszahl} \end{aligned}$$

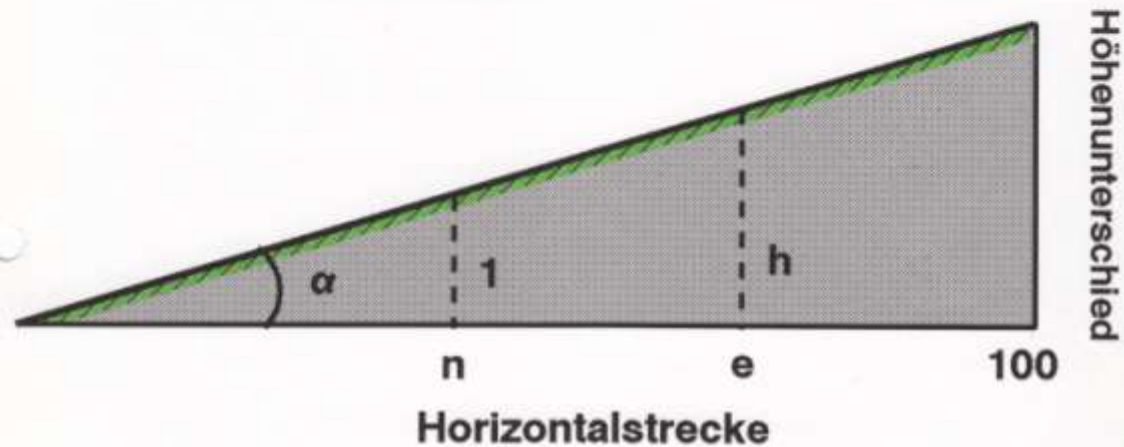
1.5.4 Steigungsmaße (Maße für Steigung, Neigung, Gefälle)

Die Neigung einer Strecke oder Fläche kann ausgedrückt werden durch:

- 1) *Winkel α* = Steigungs- oder Gefällwinkel. Diese Neigungsangabe wird vor allem bei Hängen gewählt, z. B. Geländeneigung = 25 gon.
- 2) *Böschungsverhältnis $h : e$*
Die Neigungsbezeichnung $h : e$ wird vor allem für Böschungen und für die Querneigung von Dämmen, z. B. Böschungsneigung $h : e = 2 : 3$, verwendet.
- 3) *Prozent- oder Promilleangaben*: Diese Neigungsbezeichnung gibt den Höhenunterschied bezogen auf 100 bzw. 1 000 Meter horizontaler Strecke an. Sie wird hauptsächlich für die Bezeichnung der Längsneigung von Verkehrswegen gewählt, z. B. Längsneigung $p = 10 \text{ ‰}$ bzw. 1 % .
- 4) *Gefällverhältnis $1 : n$, ($n = \text{Anlage}$)*.

Steigungsmaße

(Maße für Steigung, Neigung und Gefälle)



α = Steigungs- oder Gefällwinkel

$$\tan \alpha = \frac{1}{n} = \frac{h}{e} = \frac{p \text{ [\%]}}{100}$$

$\frac{1}{n}$ = Gefällverhältnis (n = Anlage)

$\frac{h}{e}$ = Böschungsverhältnis

$\frac{p \text{ [\%]}}{100}$ = Neigungsangabe in % bzw. in ‰

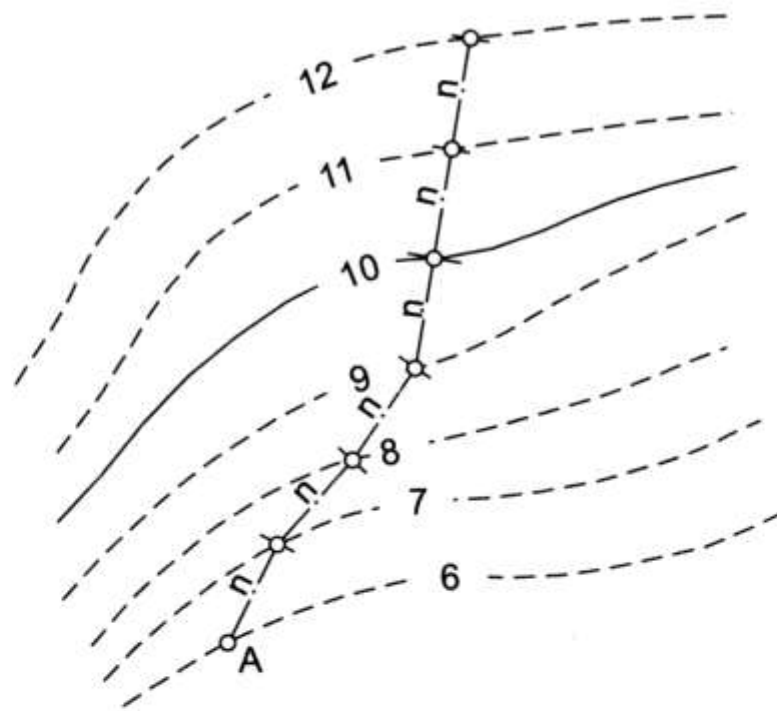


Abbildung 1.5-5: Konstruktion einer Trasse gleicher Steigung

Beispiel 1.5.3: Bei gegebenem Neigungsverhältnis kann eine Trasse im Wege-, Straßen-, Wasser- und Eisenbahnbau in einem Schichtenplan konstruiert werden. Dazu berechnet man die Horizontalentfernung e , die dem Höhenunterschied Δh der Höhenlinien des Schichtenplans entsprechen. Im Beispiel sei $\Delta h = 1\text{ m}$, sodass die Horizontalentfernung der der „Anlage“ $n = 1[\text{m}] \cdot \frac{100}{p[\%]}$ entspricht. Beginnend im Anfangspunkt A der Trasse wird die Anlage n mit dem Zirkel im Schichtenplan von Höhenlinie zu Höhenlinie abgetragen (Abb. 1.5-5). Es ergibt sich eine Trasse mit der vorgegebenen konstanten Steigung.