Gi3 14.03.08

Aufgabe 1:

- Querschnitt ist symmetrisch → keine Hauptachsentransf.!
- schiefe Biegung mit Normalkraft!

Trägheitsmomente (Nach Möglichkeit ohne Steiner!!)

$$I_y = \frac{0{,}4 \cdot 0{,}5^3}{12} - 2 \cdot \frac{0{,}1 \cdot 0{,}3^3}{12} = \underline{\underline{0{,}00371\bar{6}\ m^4}}$$

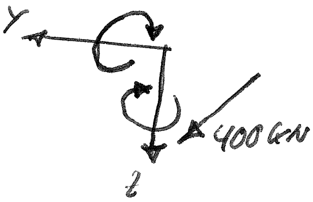
$$I_z = \frac{0{,}5 \cdot 0{,}4^3}{12} - \frac{0{,}3 \cdot 0{,}3^3}{12} + \frac{0{,}3 \cdot 0{,}1^3}{12} = \underline{\underline{0{,}00201\bar{6}\ m^4}}$$

Querschnittsfläche:

$$A = 0{,}4 \cdot 0{,}5 - 2 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}3 = \underline{\underline{0{,}14\ m^2}}$$

Aus der Anschauung kann man eindeutig erkennen, dass links oben die geringsten Spannungen (evtl. Zugspannungen) herrschen und rechts unten eindeutig die max. Zugspannungen.

$$M_y = 400\,kN \cdot 0{,}2$$
$$\hat{=} +0{,}08\,MNm$$



beide Momente sind positiv!!
(Kraftschraube)

$$M_z = 400\,kN \cdot 0{,}1$$
$$= +0{,}04\,MNm$$

Spannungen: MN und m als Einheiten !!!

$$\sigma_{max} = \frac{0{,}4\ MN}{0{,}14\ m^2} + \frac{0{,}08}{0{,}0037\bar{16}} \cdot 0{,}25 - \frac{0{,}04}{0{,}0020\bar{16}} \cdot (-0{,}2)$$

$$= 12{,}20\ \frac{MN}{m^2}$$

$$\sigma_{min} = \frac{0{,}4}{0{,}14} + \frac{0{,}08}{I_y} \cdot (-0{,}25) - \frac{0{,}04}{I_z} \cdot 0{,}2$$

$$= -6{,}491\ \frac{MN}{m^2}$$

Aufgabe 2:

allgemein gilt: $\Delta l = \frac{N \cdot l}{EA} + \alpha_T \Delta T \cdot l$

wenn alle Größen konstant sind!

N ist aber infolge Eigengewicht linear über die Höhe verteilt.

$$\rightsquigarrow \Delta l = \frac{1}{EA_1} \int_0^{15} N_u\, dx + \frac{1}{EA_2} \int_0^{15} N_o\, dx + \alpha_T \Delta T \cdot L$$

Temperatur: $\Delta T = 45 - 15 = 30k$

$$\Delta l_{\Delta T} = 10^{-5} \cdot 30 \cdot 30 \mathrel{\hat{=}} 9\,mm$$

Eigengewicht:

oberer Stab: da die Normalkraft linear verteilt ist, kann mit einer mittleren Kraft $N_{0,m}$ gerechnet werden

$$\rightsquigarrow \quad N_{0,m} = -\frac{1}{G}\,\frac{1}{2}G = -\frac{1}{2}\cdot A\cdot H\cdot \gamma = -\frac{1}{2}\cdot\frac{0{,}5^2\pi}{4}\cdot 15\cdot 25 = -36{,}81\,kN$$

$$\Delta l_{0,G} = \frac{N_{0,m}\cdot l}{EA} = \frac{-0{,}03681\cdot 15}{32.000\cdot 0{,}1963} = \underline{\underline{-0{,}08788\,mm}}$$

unterer Stab: analog, jedoch kommt die volle Last aus dem oberen Stab dazu:

$$N_u = N_{u,m} + N_0 = -\frac{1}{2}\cdot\frac{0{,}8^2\pi}{4}\cdot 15\cdot 25 + 2\,(-36{,}81) = -167{,}9\,kN$$

$$\Delta l_{u,G} = \frac{N_u\cdot l}{EA} = \frac{-0{,}1679\cdot 15}{32.000\cdot 0{,}5027} = \underline{\underline{-0{,}1566\,mm}}$$

resultierende Längenänderung an der Mastspitze:

$$\Delta l_{0,res} = +9 - 0{,}08788 - 0{,}1566 = \underline{\underline{8{,}755\,mm}}$$

als Höhenkorrektur!

Aufgabe 3:

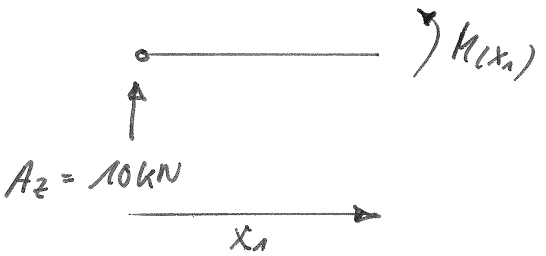
- System ist stat. bestimmt → Beginn bei $M(x)$
- System ist symmetrisch
  → max. Durchbiegung in der Mitte
  → Verdrehung w' ist in der Mitte gleich Null

Querschnittswerte:

$$I_y = \frac{45\cdot 60^3}{12} - 2\cdot\frac{15\cdot 30^3}{12} \mathrel{\hat=} \underline{\underline{0{,}007425\ m^4}}$$

$$\underline{\underline{EI = 222{,}75\ MN\,m^2}}$$

Bereich I: bis Streckenlastanfang



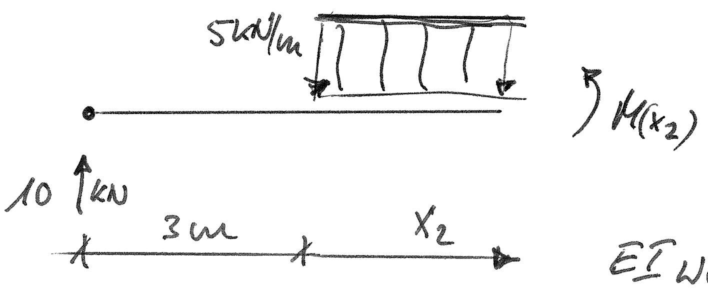
$$M(x_1) = 10\cdot x_1$$

$$EI\,w'(x_1) = -\frac{10}{2}x_1^2 + C_1$$

$$EI\,w(x_1) = -\frac{10}{6}x_1^3 + C_1x_1 + C_2$$

$w(x_1=0)=0 \rightsquigarrow C_2 = 0$

Bereich II: ab Streckenlastanfang



$$M(x_2) = -\frac{1}{2}5x_2^2 + 10x_2 + 30$$

$$EI\,w'(x_2) = +\frac{5}{6}x_2^3 - \frac{10}{2}x_2^2 - 30x_2 + C_3$$

$$EI\,w(x_2) = \frac{5}{24}x_2^4 - \frac{10}{6}x_2^3 - \frac{30}{2}x_2^2 + C_3x_2 + C_4$$

$\underline{w'(x_2=2)=0:}$ $\rightsquigarrow \frac{5}{6}2^3 - \frac{10}{2}2^2 - 30\cdot 2 + C_3 = 0 \rightsquigarrow \underline{\underline{C_3 = 73{,}\overline{3}}}$

$\underline{w'(x_1=3) = w'(x_2=0):}$ $\quad -\frac{10}{2}3^2 + C_1 = 73{,}\overline{3} \rightsquigarrow \underline{\underline{C_1 = 118{,}\overline{3}}}$

$\underline{w'(x_1=3) = w(x_2=0):}$ $\quad -\frac{10}{6}\cdot 3^3 + 118{,}\overline{3}\cdot 3 = C_4$

$\rightsquigarrow \underline{\underline{C_4 = 309{,}99}}$

$\underline{\text{Ergebnisse:}}$ kN in MN umwandeln $\rightarrow \cdot 10^{-3}$!!!

$$w'(x_1=3) = \frac{-\frac{10}{2}3^2 + 118{,}\overline{3}}{222{,}75} \cdot 10^{-3} = \underline{\underline{0{,}329\cdot 10^{-3}\ \text{rad}}}$$

$$w(x_2=2) = \frac{\left(\frac{5}{24}2^4 - \frac{10}{6}\cdot 2^3 - \frac{30}{2}\cdot 2^2 + 73{,}\overline{3} + 309{,}\overline{9}\right)\cdot 10^{-3}}{222{,}75}$$

$\hat{=}\ \underline{\underline{1{,}736\ \text{mm}}}$

Fachhochschule Aachen Name:..

Fachbereich Bauingenieurwesen Matr.-Nr.:....................................

FACHPRÜFUNG

Punkte:..

vom 14.03.2008

Note:..

Fach-Nr.: G 2.2

Prüfer: Prof. Dr. Vorbrüggen
Prof. Dr. Boegershausen

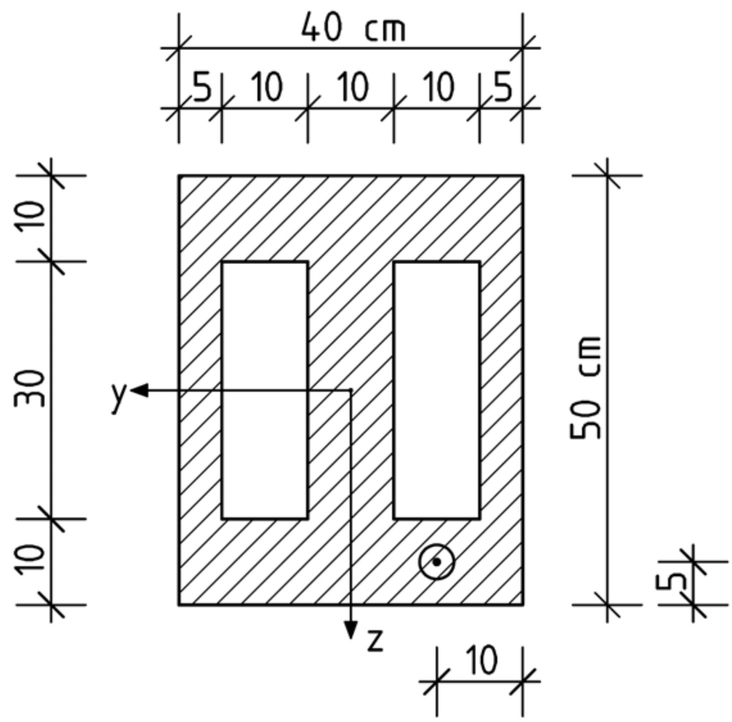
Fach: Technische Mechanik II

Hinweis: Die Klausurergebnisse werden spätestens am 25.04.2008 bekannt gegeben. Eine evtl. mündliche Prüfung findet am 29.04.2008 statt.

Punkte	≥ 40	> 44	> 48	> 52	> 56	> 60	> 65	> 70	> 75	> 80
Note	4,0	3,7	3,3	3,0	2,7	2,3	2,0	1,7	1,3	1,0

Aufgabe 1 (33 Punkte):

Der gegebene Querschnitt wird wie dargestellt mit einer ausmittigen Kraft von 400 kN beansprucht. Bestimmen Sie Ort und Betrag der maximalen Zug- und Druckspannungen!



Aufgabe 2 (32 Punkte):

Ein Mast für Vermessungszwecke wird liegend bei einer Temperatur von +15°C aus Stahlbeton gefertigt. Er ist 30 m lang bzw. nach dem Aufstellen hoch. Die unteren 15 Meter haben einen konstanten Durchmesser von 80 cm, die oberen 15 Meter einen von 50 cm.

E = 32.000 MN/m²; $\alpha_T = 10^{-5}$ 1/K

Nach dem Aufstellen liegt die Außentemperatur bei +45°C. Welche Korrektur muss nach dem Aufstellen vorgenommen werden, wenn der Vermesser zuvor von den exakten 30 m ausgegangen war?

Aufgabe 3 (35 Punkte):

Gegeben ist der dargestellte Träger mit abschnittsweiser Gleichlast. Bestimmen Sie an der Stelle x = 3,0 m die Verdrehung sowie Ort und Wert der maximalen Durchbiegung! E = 30.000 MN/m²