

### 1. Übung

#### Für die Lösung von Aufgaben - insbesondere in Klausuren - gilt immer:

Der Lösungsweg, mit Begründungen und Nebenrechnungen, muss deutlich erkennbar und dokumentiert sein. Es muss also nachvollziehbar sein, wie Sie zu Ergebnissen und Teilergebnissen gekommen sind.

#### Aufgabe 1:

a) Vereinfachen Sie folgende Terme.

i)  $\frac{x}{x+x^2} + \frac{x}{x+1}$ ,  $x \neq -1; 0$

ii)  $\frac{(x+y)^4(x-y)^3}{(x^2-y^2)^2}$ ,  $x^2 \neq y^2$

iii)  $\frac{1-9x^4}{\sqrt{3x^2+1}^3}$

iv)  $\frac{1-16x^4}{(4x^2+1)\sqrt{2x+1}\sqrt{1-2x}}$ ,  $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$

b) Notieren Sie alle in a) verwendeten Rechengesetze und vervollständigen Sie sie, falls es entsprechend weitere gibt.

#### Aufgabe 2:

a) Nennen Sie alle äquivalenten Umformungen für Gleichungen.

b) Untersuchen Sie, welche  $x \in \mathbb{R}$  die Gleichung erfüllen.

i)  $(2x-3)(x-3) = (x-1)(2x-8) + 6$

ii)  $\frac{2x+4}{5} - x + \frac{2x+3}{9} = 0$

iii)  $\frac{x-5}{x+2} = \frac{x^2-2x-15}{x^2+x-2}$ ,  $x \neq -2; 1$

iv)  $3 - \frac{7}{x+1} + \frac{3}{x-1} - \frac{2x}{x^2-1} = 2$ ,  $x \neq -1; 1$

v)  $\frac{x^2}{x^2-1} - \frac{x-1}{x+1} = \frac{1-2x}{1-x^2}$ ,  $x \neq \pm 1$

vi)  $\frac{2x^2+4x-30}{2x-6} = x+5$ ,  $x \neq 3$

#### Aufgabe 3:

Berechnen Sie folgende Divisionen.

i)  $(x^3 - 7x + 6) : (x - 2)$

ii)  $(2x^4 - 5x^3 - 6x^2 + 16x - 5) : (2x^2 + x - 5)$

#### Aufgabe 4:

a) Wie lautet die Definition der Betragsfunktion?

b) Wenden Sie auf nachfolgende Abbildungen die Definition aus Aufgabenteil a) an und skizzieren Sie die Abbildungen.

i)  $f(x) = |x-3|$

ii)  $f(x) = |x+5|$

iii)  $f(x) = |2x-1|$

**Aufgabe 5:**

Bestimmen Sie die Lösung folgender Betragsgleichungen.

- i)  $|x-4| = 3$                       ii)  $|5 - \frac{1}{2}x| = 6$                       iii)  $|x^2 - 2x + 1| = -2$   
 iv)  $|(x+2)^2| = 2$                       v)  $|4x-1| = 15$                       vi)  $|2x + \frac{1}{3}| = 7$

**Aufgabe 6:**

Geben Sie alle  $x \in \mathbb{R}$  an, die die Ungleichung erfüllen.

- a) i)  $6(x-2) < 5(x+1)$     ii)  $(2x+1) - (3x-8) > x-1$     iii)  $4x + 3(3-x) \leq 3 + (2x+3)$   
 b) i)  $\frac{1}{3}x^2 - 2x < 0$     ii)  $-6x^2 + 13x < 6$     iii)  $x^2 - 2x + 2 > x - 1$   
 c) i)  $\frac{x-2}{x-5} \geq 0, x \neq 5$     ii)  $\frac{3-2x}{5x+2} \leq 1, x \neq -\frac{2}{5}$     iii)  $\frac{3-x}{x-2} > \frac{x+4}{2(x-2)}, x \neq 2$

**Ergebnisse:**

- Aufgabe 1:** a) i) 1    ii)  $(x+y)^2(x-y)$     iii)  $(1+3x^2)^{-\frac{1}{2}}(1-3x^2)$   
 iv)  $(1-4x^2)^{\frac{1}{2}}$

b) —

- Aufgabe 2:** a) —  
 b) i)  $x = 5$     ii)  $x = 3$     iii)  $x = 5$     iv)  $x = 3$   
 v)  $x \in \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$     vi)  $x \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$

- Aufgabe 3:** i)  $x^2 + 2x - 3$     ii)  $x^2 - 3x + 1$

**Aufgabe 4:** Skizzen siehe Praktikum bzw. Ilias

- Aufgabe 5:** i)  $x = 1$  oder  $x = 7$     ii)  $x = -2$  oder  $x = 22$   
 iii) Gilt für kein  $x \in \mathbb{R}$ .    iv)  $x = \sqrt{2} - 2$  oder  $x = -\sqrt{2} - 2$   
 v)  $x = 4$  oder  $x = -3,5$     vi)  $x = \frac{10}{3}$  oder  $x = -\frac{11}{3}$

- Aufgabe 6:** a) i)  $x < 17$     ii)  $x < 5$     iii)  $x \geq 3$   
 b) i)  $0 < x < 6$     ii)  $x < \frac{2}{3}$  oder  $x > \frac{3}{2}$     iii)  $x \in \mathbb{R}$   
 c) i)  $x \leq 2$  oder  $x > 5$     ii)  $x < -\frac{2}{5}$  oder  $x \geq \frac{1}{7}$     iii)  $\frac{2}{3} < x < 2$