

# Fachbereich Bauingenieurwesen

## Übungen zur Mathematik 2

Prof. Dr.-Ing. P. Sparla  
Dipl.-Math. M. Bauer

Sommersemester 2024  
8.04.2024

### 1 Übung

#### Aufgabe 1:

Gegeben sind folgende uneigentliche Integrale. Untersuchen Sie, ob die Integrale konvergieren oder divergieren und berechnen Sie gegebenenfalls den zugehörigen Integralwert.

$$\text{i) } \int_0^{\infty} e^{-2x} dx \quad \text{ii) } \int_1^{\infty} \frac{1}{x} dx \quad \text{iii) } \int_{-\infty}^1 x e^{4x} dx \quad \text{iv) } \int_1^{\infty} \frac{1}{x^2} dx$$

#### Aufgabe 2:

a) Gegeben sind folgende Integrale der Form  $\int_a^b f(x) dx$ .

$$\begin{array}{lll} \text{i) } \int_{-2}^4 1 dx & \text{ii) } \int_2^3 x^2 dx & \text{iii) } \int_{-\sqrt{5}}^{\sqrt{5}} \left(-\frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{2}\right) dx \\ \text{iv) } \int_0^1 (x^2 - 4) dx & \text{v) } \int_{-4}^{-1} \left(\frac{1}{x^2} - 1\right) dx & \text{vi) } \int_{-2}^0 -|x| dx \\ \text{vii) } \int_{-\frac{3}{2}}^{\frac{3}{2}} x^3 dx & \text{viii) } \int_0^{\pi} \cos(x) dx & \end{array}$$

Skizzieren Sie  $f$  und berechnen Sie den Wert des Integrals.

b) Beschreiben Sie allgemein den Zusammenhang zwischen dem Wert eines Integrals und der entsprechenden Fläche zwischen dem Graphen des Integranden und der  $x$ -Achse. Wie muss man demnach bei der Flächenberechnung mittels Integralrechnung vorgehen bzw. was muss man berücksichtigen?

**Man beachte:** Zu einer Skizze gehört alles, was für die Aufgabe von Bedeutung ist. Bei Angabe eines Intervalls muss das Intervall gekennzeichnet sein. Schnittstellen von Funktionen, die für die Berechnung einer Fläche wichtig sind, müssen eingezeichnet und die Fläche selbst markiert sein.

#### Aufgabe 3:

Gegeben sind die Funktionen  $f$  und  $g$  für  $x \in [1; 3]$  durch

$$f(x) = \frac{1}{8}x^2 + 1 \quad \text{und} \quad g(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 3x - 4.$$

Fertigen Sie eine Skizze an und bestimmen Sie den Inhalt der Fläche, die durch die zugehörigen Graphen eingeschlossen wird.

**Aufgabe 4:**

Bestimmen Sie den Inhalt der Fläche, die durch den Graphen von  $f$  und der  $x$ -Achse begrenzt wird. Fertigen Sie vorab eine Skizze an.

i)  $f(x) = \frac{1}{5}x^3 - 2x^2 + 5x$

ii)  $f(x) = x^3 + \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x + 1$

iii)  $f(x) = -3x - 7 + \frac{4}{x^2} \quad (x \neq 0)$

**Aufgabe 5:**

Skizzieren Sie die Funktionen  $f$  und  $g$  ( $x \in \mathbb{R}$ ) und berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die von den Graphen der beiden Funktionen eingeschlossen wird.

i)  $f(x) = -x^2 + \frac{3}{2}$ ,  $g(x) = \frac{1}{2}x + 1$

ii)  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ ,  $g(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x$

**Aufgabe 6:**

Die Funktionen  $f$ ,  $g$  und  $h$  mit  $x \in \mathbb{R}$  und  $x \neq 1$  für  $h$  gegeben durch

$$f(x) = x^2 - 1, \quad g(x) = x + 1 \quad \text{und} \quad h(x) = \frac{1}{x-1}$$

schließen für  $x > 1$  eine Fläche ein. Berechnen Sie alle Schnittstellen und fertigen Sie eine vollständige Skizze des Sachverhaltes im Intervall  $I = [0; 3]$  an.

**Ergebnisse:**

- Aufgabe 1:** i)  $I$  konvergiert und es gilt  $I = \frac{1}{2}$ .      ii)  $I$  divergiert.  
iii)  $I$  konvergiert und es gilt  $I = \frac{3}{16} e^4$ .      iv)  $I$  konvergiert und es gilt  $I = 1$ .

- Aufgabe 2:** a) i)  $I = 6$       ii)  $I = \frac{19}{3}$       iii)  $I = \frac{10}{3}\sqrt{5}$       iv)  $I = -\frac{11}{3}$   
v)  $I = -\frac{9}{4}$       vi)  $I = -2$       vii)  $I = 0$       viii)  $I = 0$   
b) —

**Aufgabe 3:**  $A = \frac{41}{12} [FE] \approx 3,42 [FE]$

**Aufgabe 4:** i)  $A = \frac{125}{12} [FE] \approx 10,42 [FE]$       ii)  $A = \frac{443}{96} [FE] \approx 4,61 [FE]$       iii)  $A = \frac{1}{2} [FE]$

**Aufgabe 5:** i)  $A = \frac{9}{16} [FE] \approx 0,56 [FE]$       ii)  $A = \frac{937}{192} [FE] \approx 4,88 [FE]$

**Aufgabe 6:** Der Flächeninhalt beträgt  $A \approx 0,33 [FE]$ .