Fachhochschule Aachen
Fachbereich Bauingenieurwesen

Aachen, den 05. Juli 2010

Mathematik 1 für Bauingenieure

Name, Vorname: .... Matrikel-Nr.: ....

Aufgabe 1: (2)

Berechnen und vereinfachen Sie die folgenden Ausdrücke soweit wie möglich.

i) $\left(\sin\dfrac{\pi}{6}\right)^{-1} \cdot \left(\dfrac{a^6}{a^4}\right)^{\frac{1}{2}} - \ln\left(\mathrm{e}^{\mathrm{a}^{\mathrm{e}^0}}\right)$

ii) $2^{-4} \cdot 24 \cdot \log_2(16) - 3\log_2(4)$

Aufgabe 2: (5)

Berechnen Sie alle $x \in \mathbb{R}$, die die Ungleichung

$$|8+x| + 4 < -(10-|6-9x|)$$

erfüllen.

Aufgabe 3: (5)

Skizzieren Sie die Funktionen $f(x) = \ln(x)$ und $g(x) = -x$. Zur Bestimmung des Schnittpunktes der beiden Funktionen definieren wir die Funktion h durch

$$h(x) = f(x) - g(x).$$

Bestimmen Sie die Nullstelle von h mit Hilfe des Newton-Verfahrens. Greifen Sie dazu den Startwert x_0 aus der Sizze ab.
Die Ergebnisse sind auf 4 Nachkommastellen anzugeben. Maximal 3 Iterationen sollten berechnet werden.

Aufgabe 3: (7)

Gegeben sei die Funktion

$$f(x) = \left(x^2 - 4\right) \mathrm{e}^{-\mathrm{x}} \; .$$

Diskutieren Sie die Funktion bezüglich Definitionsbereich, Nullstellen, y-Achsensabschnitt, Extrempunkten sowie bezüglich ihres Verhaltens im Unendlichen. Fertigen Sie mit Hilfe Ihrer Ergebnisse eine Skizze der Funktion an.

Aufgabe 4: (4)

Lösen Sie das unbestimmte Integral

$$\int \left[x \, \mathrm{e}^{\frac{\mathrm{x}}{2}} + \mathrm{x}^2 \sin(2\mathrm{x}) \right] \; \mathrm{dx} \; .$$

Aufgabe 5: (3)

Lösen Sie das unbestimmte Integral

$$\int \frac{1}{x^2} \sqrt[4]{4 - \frac{2}{x}} \; \mathrm{dx} \; .$$

Aufgabe 6: (4)

Bestimmen Sie die erste Ableitung der angegebenen Funktionen und fassen Sie diese soweit wie möglich zusammen.

(i) $f(p) = \dfrac{c_1 \ln(p) \cdot c_2 \sin(2t)}{c_3 p}$

(ii) $f(t) = \dfrac{c_1 \ln(p) \cdot c_2 \sin(2t)}{c_3 p}$

(iii) $f(x) = \ln\left(\cos(2x)\right) + \cos(2x)$

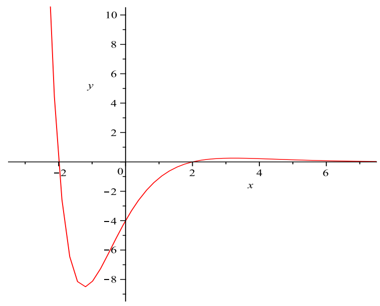
Ergebnisse zur Klausur vom 5. Juli 2010

Aufgabe 1: i) $\left(\sin\frac{\pi}{6}\right)^{-1}\cdot\left(\frac{a^6}{a^4}\right)^{\frac{1}{2}} - \ln\left(e^{a^{e^0}}\right) = 2|a| - a$

ii) $2^{-4}\cdot 24\cdot\log_2(16) - 3\log_2(4) = 0$

Aufgabe 2: $|8+x| + 4 < -(10-|6-9x|) \quad\Leftrightarrow\quad x < -\frac{8}{5}$ oder $x > \frac{7}{2}$

Aufgabe 3: Die Nullstelle liegt bei $x \approx 0{,}5671$
mit $f(0{,}5671) = -0{,}0001$.



Aufgabe 4: $D_f = \mathbb{R}$

Nullstellen: $N_1(-2|0)$, $N_2(2|0)$

y-Achsenabschnitt: $S_y(0|-4)$

Extrempunkte: $T(-1{,}24|-8{,}51)$,
$H(3{,}24|0{,}26)$

Verhalten im Unendlichen:

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \infty$ und $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = 0$

Aufgabe 5: $\int \left[x\,e^{\frac{x}{2}} + x^2\sin(2x)\right]\,dx$

$$= 2(x-2)\,e^{\frac{x}{2}} + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} - x^2\right)\cos(2x) + \frac{x}{2}\sin(2x) + c \quad \text{mit} \quad c\in\mathbb{R}$$

Aufgabe 6: $$\int \frac{1}{x^2}\sqrt[4]{4-\frac{2}{x}}\,dx = \frac{2}{5}\left(\sqrt[4]{4-\frac{2}{x}}\right)^5 + c \quad \text{mit} \quad c\in\mathbb{R}$$

Aufgabe 7: i) $f'(p) = \frac{c_1c_2\sin(2t)}{c_3}\cdot\frac{1-\ln(p)}{p^2}$

ii) $f'(t) = \frac{2\,c_1c_2\ln(p)}{c_3p}\cdot\cos(2t)$

iii) $f'(x) = -2\sin(2x)\left(1 + \frac{1}{\cos(2x)}\right)$