Fachhochschule Aachen
Fachbereich Bauingenieurwesen

Aachen, den 18. März 2011

Mathematik 1 für Bauingenieure

Aufgabe 1: (6)

Berechnen Sie alle $x \in \mathbb{R}$, die die Ungleichung

$$x \geq \frac{|x+64|}{x-11}$$

erfüllen.

Aufgabe 2: (6)

Gegeben sei

$$f(x) = \frac{(x^2-4)(x-5)}{(x+4)(x^3-3x^2)(x-5)} .$$

Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich von f und diskutieren Sie die so erhaltene Funktion bezüglich Art der Definitionslücken, Art der Nullstellen und dem Verhalten im Unendlichen. Berechnen Sie im Falle einer hebbaren Definitionslücke den zugehörigen Grenzwert und skizzieren Sie f anhand Ihrer Ergebnisse.

Aufgabe 3: (2)

Gegeben sei die Funktion $f(x) = x^2$ mit $x \in \mathbb{R}$. Skizzieren Sie die Funktion sowie die zugehörige Tangente und Normale an der Stelle $x = 2$. Berechnen Sie die Schnittpunkte der Tangente mit den beiden Koordinatenachsen und geben Sie die Steigung der Normalen an.

Aufgabe 4: (3)

Von einer Ellipse sind 2 Punkte $P(x,y)$ bekannt:

$$P_1(\sqrt{12}\,,\,1) \quad \text{und} \quad P_2(2\,,\,\sqrt{3}) .$$

Berechnen Sie die Halbachsen a und b der Ellipsengleichung $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Aufgabe 5: (3)

Zerlegen Sie das folgenden Polynom 4. Grades in seine Linearfaktoren:

$$f(x) = x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 2x\,.$$

Für welche $x \in \mathbb{R}$ gilt $f(x) = 0$?

Aufgabe 6: (3)

Bestimmen Sie jeweils die erste Ableitung der folgenden Funktionen.

(i) $f(x) = -\ln\big(\cos(4x^2)\big)\ , \qquad -\dfrac{\pi}{2} < x < \dfrac{\pi}{2}$

(ii) $f(x) = \sqrt[3]{\sqrt{6x}}\ , \qquad x \geq 0$

(iii) $f(x) = \dfrac{\sin(x)}{\cos(x)}\ , \qquad -\dfrac{\pi}{2} < x < \dfrac{\pi}{2}$

Aufgabe 7: (1)

Skizzieren Sie die Graphen der Funktionen $f(x) = \cosh(x)$, $g(x) = \sinh(x)$ und $h(x) = \tanh(x)$ in **ein** Koordinatensystem.

Aufgabe 8: (6)

Lösen Sie folgende Integrale.

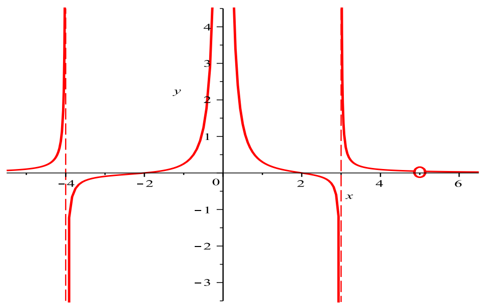
(i) $\displaystyle\int (x+1)\cdot\sin(x)\ \mathrm{dx}$

(ii) $\displaystyle\int_0^1 \sqrt{x^2+1}\cdot 3x\ \mathrm{dx}$

(iii) $\displaystyle\int \frac{4x-2}{x^2-1}\ \mathrm{dx}$.

Ergebnisse zur Klausur vom 18. März 2011

Aufgabe 1: $x \geq \frac{|x+64|}{x-11} \quad \Leftrightarrow \quad -4 \leq x < 11$ oder $x \geq 16$



Aufgabe 2: Definitionsbereich:

$D_f = \{x \in \mathbb{R} \,|\, x \neq -4; 0; 3; 5\}$

Art der Definitionslücken:

$x = -4, x = 3$: Polstelle mit VZW

$x = 0$: Polstelle ohne VZW

$x = 5$: hebbare Lücke mit

$$\lim_{x \to 5} f(x) = \frac{7}{150}$$

Nullstellen: $x = -2, x = 2$ jeweils mit VZW

Verhalten im Unendlichen: $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 0^+$ und $\lim_{x \to \infty} f(x) = 0^+$

Aufgabe 3: Die Schnittpunkte der Tangente mit den Koordinatenachsen lauten: $N(1|0)$ sowie $S_y(0|-4)$.
Die Steigung der Normalen beträgt: $m_n = -\frac{1}{4}$.

Aufgabe 4: Die Halbachsen sind $a = 4$ und $b = 2$.

Aufgabe 5: Die Linearfaktorzerlegung lautet: $f(x) = x\,(x-1)^2\,(x-2)$

Es gilt: $f(x) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = 0$ oder $x = 1$ oder $x = 2$

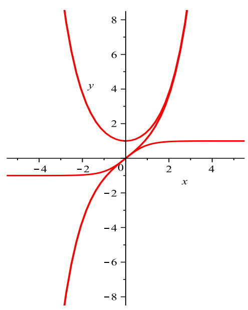
Aufgabe 6:

i) $f'(x) = 8x\tan(4x^2)$

ii) $f'(x) = (6x)^{-\frac{5}{6}}$

iii) $f'(x) = 1 + \tan^2(x)$

Aufgabe 7:



Aufgabe 8:

i) $\int (x+1)\sin(x)\;\mathrm{dx} = \sin(x) - (x+1)\cos(x) + c$ mit $c \in \mathbb{R}$

ii) $\int_0^1 \sqrt{x^2+1} \cdot 3x\;\mathrm{dx} = \sqrt{2}^3 - 1$

iii) $\int \frac{4x-2}{x^2-1}\;\mathrm{dx} = 3\ln|x+1| + \ln|x-1| + c$ mit $c \in \mathbb{R}$