

Mathematik 1 für Bauingenieure

Aufgabe 1: (2)

Berechnen bzw. vereinfachen Sie folgende Terme.

a)
$$\left(\frac{x^2 \cdot \cos(\ln(\cosh(0)))}{3! \cdot x \cdot e^{\sin(0)}} \right)^{-1}$$

b)
$$\frac{3x^2 - 15x}{x - 5} - \frac{3x^2 - 6x}{2 - x}$$

Aufgabe 2: (5)

Bestimmen Sie alle $x \in \mathbb{R}$, die die Ungleichung

$$|6x + 2| - 22 < 10|x| - 2|6x + 2|$$

erfüllen.

Aufgabe 3: (3)

Berechnen Sie

$$(x^4 - 58x^2 + 441) : (x^2 - 4x - 21).$$

Aufgabe 4: (3)

Das Ergebnis einer Messreihe liegt in Form folgender Wertetabelle vor:

i	0	1	2	3
x_i	-2	0	1	3
$f(x_i)$	-7	1	2	28

Bestimmen Sie das zugehörige Newton'sche Interpolationspolynom.

Aufgabe 5: (2)

Bestimmen Sie die Lösung der Exponentialgleichung

$$9^{x+3} \cdot 27^{x-2} = 81^{x-1} \cdot 243.$$

Aufgabe 6: (6)

Gegeben sei die Funktion

$$f(x) = (x-1) e^{-\frac{1}{2}x^2} \quad \text{für } x \in \mathbb{R}.$$

Diskutieren Sie die Funktion bezüglich Nullstellen, Symmetrieverhalten und Extrema sowie bezüglich ihres Verhaltens im Unendlichen. Fertigen Sie mit Hilfe Ihrer Ergebnisse eine Skizze der Funktion an.

[Kontrollergebnis: $f'(x) = e^{-\frac{1}{2}x^2}(-x^2 + x + 1)$]

Aufgabe 7: (3)

Bilden Sie jeweils die erste Ableitung folgender Funktionen.

i) $f(x) = \cos(\sqrt{x}) + \sqrt{\cos(x)}$ mit $x \in (0; \frac{\pi}{2})$

ii) $f(x) = \frac{\ln(x)}{\ln^2(x)}$ mit $x > 1$

iii) $f(x) = (3!)^{-1} \cdot \sin(x) \cdot e^{x^6}$ mit $x \in \mathbb{R}$

Aufgabe 8: (6)

a) Berechnen Sie den Wert des Integrals $\int_0^2 3x \cdot (x-2)^5 dx$.

b) Lösen Sie die folgenden unbestimmten Integrale.

i) $\int x \cdot \sin(3x^2 - \pi) dx$

ii) $\int e^{-\frac{1}{3}x} dx + \int \pi dx$

Aufgabe 9:

(6)

Gegeben sei f durch

$$f(x) = \frac{x^2 + 23x + 60}{(2-x)(x+30)^2(x+20)}.$$

Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich von f und diskutieren Sie die so erhaltene Funktion bezüglich Art der Definitionslücken, Art der Nullstellen und dem Verhalten im Unendlichen. Berechnen Sie im Falle einer hebbaren Definitionslücke den zugehörigen Grenzwert und skizzieren Sie f anhand Ihrer Ergebnisse.

Aufgabe 10:

(4)

Ermitteln Sie mit Hilfe des Tangentenverfahrens von Newton eine Näherung für die Schnittstelle der beiden Funktionen

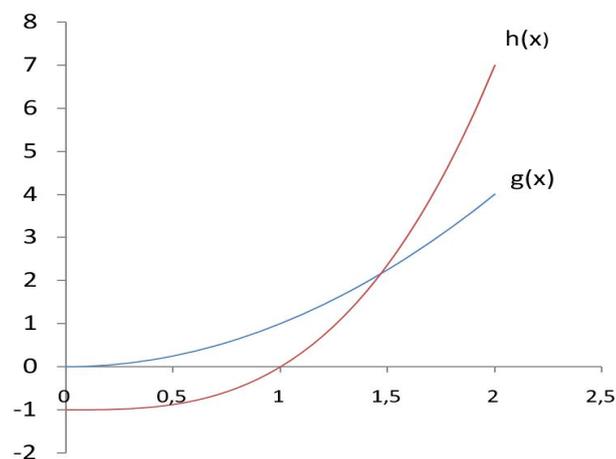
$$g(x) = x^2 \quad \text{und} \quad h(x) = x^3 - 1 \quad (x \in \mathbb{R}).$$

Bilden Sie dazu die Funktion

$$f(x) = g(x) - h(x)$$

und lesen Sie aus der untenstehenden Skizze einen geeigneten Startwert ab.

Führen Sie drei Iterationsschritte durch und geben Sie alle Ergebnisse auf 4 Nachkommastellen gerundet an.



Ergebnisse zur Klausur vom 16. März 2012

Aufgabe 1: a)
$$\left(\frac{x^2 \cdot \cos(\ln(\cosh(0)))}{3! \cdot x \cdot e^{\sin(0)}} \right)^{-1} = \frac{6}{x}$$

b)
$$\frac{3x^2 - 15x}{x - 5} - \frac{3x^2 - 6x}{2 - x} = 6x$$

Aufgabe 2: $|6x + 2| - 22 < 10|x| - 2|6x + 2| \Leftrightarrow -\frac{7}{2} < x < 2$

Aufgabe 3: $(x^4 - 58x^2 + 441) : (x^2 - 4x - 21) = x^2 + 4x - 21$

Aufgabe 4: Das gesuchte Interpolationspolynom lautet:
$$p_N(x) = -7 + 4(x+2) - (x+2)x + (x+2)x(x-1)$$

Aufgabe 5: $x = 1$

Aufgabe 6: Nullstelle: $x = 1$

Symmetrieverhalten:

f ist nicht symmetrisch.

Extrempunkte: $T(-0,62| -1,34)$,

$H(1,62|0,17)$

Verhalten im Unendlichen:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0^- \quad \text{und} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0^+$$

Aus programmtechnischen Gründen kann die Skizze derzeit nicht dargestellt werden.

Aufgabe 7: i)
$$f'(x) = \frac{-\sin(\sqrt{x})}{2\sqrt{x}} - \frac{\sin(x)}{2\sqrt{\cos(x)}}$$

ii)
$$f'(x) = \frac{-1}{x \ln^2(x)}$$

iii)
$$f'(x) = \frac{1}{6} e^{x^6} (\cos(x) + 6x^5 \sin(x))$$

Aufgabe 8: a)
$$\int_0^2 3x \cdot (x-2)^5 dx = -\frac{64}{7}$$

b) i)
$$\int x \cdot \sin(3x^2 - \pi) dx = -\frac{1}{6} \cos(3x^2 - \pi) + c$$

ii)
$$\int e^{-\frac{1}{3}x} dx + \int \pi dx = -3e^{-\frac{1}{3}x} + \pi x + c$$

jeweils mit $c \in \mathbb{R}$

Aufgabe 9: Definitionsbereich:

$$D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq -30; -20; 2\}$$

Art der Definitionslücken:

$x = -30$: Polstelle ohne VZW

$x = 2$: Polstelle mit VZW

$x = -20$: hebbare Lücke mit

$$\lim_{x \rightarrow -20} f(x) = -\frac{17}{2200}$$

Nullstelle: $x = -3$ mit VZW

Verhalten im Unendlichen: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0^-$

Aus programmtechnischen Gründen kann die Skizze derzeit nicht dargestellt werden.

Aufgabe 10: Die gesuchte Näherung mit $f(x) = 0,0000$ liegt bei $x = 1,4656$.