

## Mathematik 1 für Bauingenieure

### Aufgabe 1: (2)

Berechnen bzw. vereinfachen Sie folgende Terme.

i)  $(a - bx)^3$

ii)  $5! \cdot \sin(\pi e^{0,5}) \cdot \cos(5^\circ) \cdot \sinh(0,5)$

### Aufgabe 2: (5)

Bestimmen Sie alle  $x \in \mathbb{R}$ , die die Ungleichung

$$\frac{|x-8|}{x+1} < x$$

erfüllen.

### Aufgabe 3: (6)

Gegeben sei  $f$  durch

$$f(x) = \frac{(x+1)(x-\frac{1}{2})}{x^2(x^2-x-2)}.$$

Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich von  $f$  und diskutieren Sie die so erhaltene Funktion bezüglich Art der Definitionslücken, Art der Nullstellen und dem Verhalten im Unendlichen. Berechnen Sie im Falle einer hebbaren Definitionslücke den zugehörigen Grenzwert und skizzieren Sie  $f$  anhand Ihrer Ergebnisse.

### Aufgabe 4: (3)

Von einer Ellipse sind zwei Punkte  $P(x|y)$  bekannt:  $P_1(0|9)$  und  $P_2(1|7)$ . Berechnen Sie die Halbachsen  $a$  und  $b$  der zugehörigen Ellipsengleichung

$$\frac{(x+3)^2}{a^2} + \frac{(y-1)^2}{b^2} = 1.$$

**Aufgabe 5:** (2)

Bilden Sie jeweils die erste Ableitung folgender Funktionen.

i)  $f(x) = 3x^{-2} + \sin(3x^2)\cos(x) \quad (x \neq 0)$

ii)  $f(x) = \frac{\ln(3x)}{e^{3x^2}} \quad (x > 0)$

**Aufgabe 6:** (4)

Ermitteln Sie mit Hilfe des Tangentenverfahrens von Newton eine Näherung für die Schnittstelle der Funktionen  $g(x) = -0,5x$  und  $h(x) = 0,5e^x$ . Benutzen Sie dazu den Startwert  $x_0 = 0$  und führen Sie Ihre Berechnungen mit einer Genauigkeit von 4 Nachkommastellen durch. Skizzieren Sie den Sachverhalt anschließend.

(Die Konvergenz des Verfahrens ist gewährleistet.)

**Aufgabe 7:** (4)

Berechnen Sie folgenden Integrale.

i)  $\int_0^1 \frac{dx}{(5+5x)^2}$

ii)  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^5(x)\sin(x) dx$     Hinweis: Substituieren Sie  $u = \cos(x)$ .

**Aufgabe 8:** (5)

Berechnen Sie das Integral  $\int_1^2 \frac{3x-5}{(x^2-2x-3)(x+1)} dx$ .

**Aufgabe 9:** (3)

Zerlegen Sie die Funktion

$$f(x) = x^4 - x^3 - 7x^2 + 13x - 6$$

mit Hilfe des Horner Schemas in Linearfaktoren.

**Aufgabe 10:** (6)

Gegeben sei die Funktion

$$f(x) = 4x e^{-x^2} \quad \text{für } x \in \mathbb{R}.$$

Diskutieren Sie die Funktion bezüglich Nullstellen, Symmetrieverhalten und Extrema sowie bezüglich ihres Verhaltens im Unendlichen. Fertigen Sie mit Hilfe Ihrer Ergebnisse eine Skizze der Funktion an.

## Ergebnisse zur Klausur vom 2. Juli 2012

**Aufgabe 1:** i)  $(a - bx)^3 = a^3 - 3a^2bx + 3ab^2x^2 - b^3x^3$   
ii)  $5! \cdot \sin(\pi e^{0,5}) \cdot \cos(5^\circ) \cdot \sinh(0,5) \approx -55,607$

**Aufgabe 2:**  $\frac{|x-8|}{x+1} < x \Leftrightarrow -4 < x < -1 \text{ oder } x > 2$

**Aufgabe 3:** Definitionsbereich:

$$D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq -1; 0; 2\}$$

Art der Definitionslücken:

$x = 0$ : Polstelle ohne VZW

$x = 2$ : Polstelle mit VZW

$x = -1$  : hebbare Lücke mit

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 0,5$$

Art der Nullstellen:  $x = \frac{1}{2}$  mit VZW

Verhalten im Unendlichen:  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0^+$

Aus programmtechnischen  
Gründen kann die Skizze derzeit  
nicht dargestellt werden.

**Aufgabe 4:**  $a = 5$  und  $b = 10$

**Aufgabe 5:** i)  $f'(x) = -6x^{-3} + 6x \cos(3x^2) \cos(x) - \sin(3x^2) \sin(x)$   
ii)  $f'(x) = \frac{\frac{1}{x} - 6x \ln(3x)}{e^{3x^2}}$

**Aufgabe 6:** Die gesuchte Näherung für die Schnittstelle liegt bei  $x = -0,5672$ .

**Aufgabe 7:** i)  $\int_0^1 \frac{dx}{(5+5x)^2} = \frac{1}{50}$   
ii)  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^5(x) \sin(x) dx \approx 0,15$

**Aufgabe 8:**  $\int_1^2 \frac{3x-5}{(x^2-2x-3)(x+1)} dx$   
 $= \int_1^2 \left( \frac{0,25}{x-3} - \frac{0,25}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2} \right) dx = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \ln(3)$

**Aufgabe 9:** Die Linearfaktorzerlegung lautet:  $f(x) = (x-1)^2(x-2)(x+3)$

**Aufgabe 10:** Nullstelle:  $x = 0$

Symmetrieverhalten:

$f$  ist punktsymmetrisch

Extrempunkte:  $T(-0,71 | -1,73)$ ,

$H(0,71 | 1,73)$

Verhalten im Unendlichen:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0^- \quad \text{und}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0^+$$

Aus programmtechnischen  
Gründen kann die Skizze derzeit  
nicht dargestellt werden.

HINWEIS: Alle Skizzen werden nachgereicht und können bis dahin bei Frau Bauer im Büro eingesehen werden.

Stand: 24.02.2016