

# Fachbereich Bauingenieurwesen

## Mathematik 1 für Bauingenieure

Prof. Dr.-Ing. P. Sparla  
9. September 2013

### Aufgabe 1: (2)

a) Berechnen Sie alle  $x \in \mathbb{R}$ , die die Gleichung

$$ax + bx = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \quad (a, b \neq 0)$$

erfüllen.

b) Berechnen Sie  $\log_2\left(\frac{5}{4}\right) + 3 \log_2(\sqrt{8}) - \log_4(5^2) + \log_5(\sqrt{5})$ .

### Aufgabe 2: (5)

Berechnen Sie alle  $x \in \mathbb{R}$ , die die Ungleichung

$$|3 - x| - 3 < |2x - 4|$$

erfüllen.

### Aufgabe 3: (4)

Ermitteln Sie mit Hilfe des Tangentenverfahren von Newton eine Näherung für die Nullstelle der Funktion  $f(x) = x^3 + x - 1$ . Finden Sie einen sinnvollen Startwert, indem Sie die Werte  $f(0,5)$  und  $f(1)$  ermitteln und berechnen Sie die Näherung so, dass mit diesem Wert die Nullstelle auf mindestens 3 Nachkommastellen genau berechnet werden kann. Geben Sie alle Zwischenergebnisse auf 4 Nachkommastellen gerundet an. (Die Konvergenz des Verfahrens ist gewährleistet.)

### Aufgabe 4: (6)

Gegeben sei

$$f(x) = \frac{(x^2 - 4)(x - 6)}{(x^2 + 6x + 9)(x^2 - 7x + 6)}.$$

Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich von  $f$  und diskutieren Sie die so erhaltene Funktion bezüglich Nullstellen, Art der Definitionslücken und dem Verhalten im Unendlichen. Berechnen Sie im Falle einer hebbaren Definitionslücke den zugehörigen Grenzwert und skizzieren Sie  $f$  anhand Ihrer Ergebnisse.

**Aufgabe 5:** (2)

Berechnen Sie  $(3x^4 - x^3 + x^2 + 6x + 2) : (x^2 + 2x + 3)$ .

**Aufgabe 6:** (6)

Gegeben sei die Funktion

$$f(x) = (6x - 9)e^{-\frac{1}{3}x} \quad \text{mit } x \in \mathbb{R}.$$

Diskutieren Sie die Funktion bezüglich Nullstellen, Symmetrieverhalten, Extrempunkten sowie dem Verhalten im Unendlichen. Fertigen Sie mit Hilfe Ihrer Ergebnisse eine Skizze der Funktion an.

**Aufgabe 7:** (4)

a) Bilden sie die erste Ableitung der Funktion  $f(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$

- 1.) mit Hilfe der Quotientenregel
- 2.) mit Hilfe der Produktregel.

b) Bilden Sie die erste Ableitung der Funktion  $f(x) = 3x^{-3} \cdot e^{-x^3}$ .

**Aufgabe 8:** (2)

- a) Skizzieren Sie im  $\mathbb{R}^2$  de Kreis mit dem Mittelpunkt  $M(0|3)$  und dem Radius  $r = 1,5$ .
- b) Bestimme Sie, ob die Gleichung

$$4x^2 - 8x - 9y^2 - 36y = -4$$

eine Hyperbel, Ellipse, Parabel oder einen Kreis beschreibt. Begründen Sie Ihre Ergebnisse.

**Aufgabe 9:** (2)

Berechnen Sie das folgende unbestimmte Integral mit Hilfe der Methode der Substitution.

$$\int \frac{3}{4\pi} \sin(x) \frac{1}{\cos(x)} dx$$

**Aufgabe 10:** (5)

Berechnen Sie die folgenden unbestimmten Integrale mit Hilfe der Methode der partiellen Integration.

i)  $\int x \cdot \sin(x) dx$

ii)  $\int x(\ln(x))^2 dx$

**Aufgabe 11:** (2)

Bilden Sie folgende Schnitt- bzw. Vereinigungsmengen.

i)  $-4 \leq x < 9$  und  $-2 < x$

ii)  $x < 5$  oder  $x > 5$

## Ergebnisse zur Klausur vom 13. September 2013

Hinweis: Skizzen können derzeit nicht ausgedruckt werden. Sie können sie im Büro von Frau Bauer einsehen.

**Aufgabe 1:** a)  $ax + bx = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \Leftrightarrow x = \frac{1}{ab}$   
b)  $\log_2\left(\frac{5}{4}\right) + 3 \log_2(\sqrt{8}) - \log_4(5^2) + \log_5(\sqrt{5}) = 3$

**Aufgabe 2:**  $|3 - x| - 3 < |2x - 4| \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}$

**Aufgabe 3:** Die gesuchte Näherung liegt bei  $x \approx 0,6824$  mit  $f(0,6824) = 0,000$ .  
(Startwert:  $x_0 = 0,75$ )

**Aufgabe 4:** Definitionsbereich:  
 $D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq -3; 1; 6\}$

Art der Definitionslücken:

$x = -3$ : Polstelle ohne VZW

Skizze: ...

$x = 1$ : Polstelle mit VZW

$x = 6$ : hebbare Lücke mit

$$\lim_{x \rightarrow 6} f(x) \approx 0,079$$

Nullstellen:  $x = -2$  sowie  $x = 2$  jeweils mit VZW

Verhalten im Unendlichen:  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0^\pm$

**Aufgabe 5:**  $(3x^4 - x^3 + x^2 + 6x + 2) : (x^2 + 2x + 3) = 3x^2 - 7x + 6 + \frac{15x - 16}{x^2 + 2x + 3}$

**Aufgabe 6:** Nullstellen:  $N\left(\frac{3}{2} \mid 0\right)$

Symmetrieverhalten:

$f$  ist nicht symmetrisch.

Extrempunkte:  $H(4,5 \mid 4,02)$ ,

Verhalten im Unendlichen:

$$f(x) \xrightarrow{x \rightarrow -\infty} -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0^+$$

Skizze: ...

- Aufgabe 7:** a)  $f'(x) = 1 + \tan^2(x)$   
b)  $f'(x) = \left(-\frac{9}{x}\right) \left(\frac{1}{x^3} + 1\right) e^{-x^3}$

- Aufgabe 8:** a) Skizze —  
b)  $4x^2 - 8x - 9y^2 - 36y = -4$   
 $\Leftrightarrow -\frac{(x-1)^2}{9} + \frac{(y+2)^2}{4} = 1$  (Mittelpunktsform)

Folglich handelt es sich um eine Hyperbel in zweiter Hauptlage mit Zentrum in  $M(1|-2)$  und den Asymptoten  $y = \pm \frac{3}{2}x$ .

**Aufgabe 9:** 
$$\int \frac{3}{4\pi} \sin(x) \frac{1}{\cos(x)} dx = \int -\frac{3}{4\pi} \frac{1}{u} du$$
$$= \frac{3}{4\pi} \ln|\cos(x)| + c \quad \text{mit } c \in \mathbb{R}$$

**Aufgabe 10:** i)  $\int x \cdot \sin(x) dx = -x \cdot \cos(x) + \sin(x) + c$   
ii)  $\int x(\ln(x))^2 dx = \frac{1}{2} \left( \ln^2(x) - \ln(x) - \frac{1}{2} \right) + c$

jeweils mit  $c \in \mathbb{R}$

- Aufgabe 11:** i)  $-4 \leq x < 9$  und  $-2 < x \Leftrightarrow -2 < x < 9$   
ii)  $x < 5$  oder  $x > 5 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}, x \neq 5$