Fachhochschule Aachen
Fachbereich Bauingenieurwesen

Aachen, den 7. März 2013

Mathematik 1 für Bauingenieure

Aufgabe 1: (2)

a) Berechnen Sie: $\dfrac{4! \cdot \cosh(0) \cdot \cos(0) \cdot \cos(180°)}{3! \cdot 3\,\ln(e^3) \cdot \sin(\frac{\pi}{6})}$

b) Vereinfachen Sie: $\dfrac{(\sqrt{x})^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{2}{3}}}$

Aufgabe 2: (5)

Bestimmen Sie alle $x \in \mathbb{R}$, die die Ungleichung

$$2\,|x-2| + 1 > |6+2x| - |x-2|$$

erfüllen.

Aufgabe 3: (2)

Berechnen Sie den Funktionswert $f(1,5)$ für die Funktion

$$f(x) = 5x^4 + 0,5x^3 - 2x - 10$$

mit Hilfe des Horner Schemas.

Aufgabe 4: (3)

Das Ergebnis einer Messreihe liegt in Form folgender Wertetabelle vor:

i	0	1	2	3
x_i	-5	-3	1	3
$f(x_i)$	5	-1	-5	-3

Bestimmen Sie das zugehörige Newton'sche Interpolationspolynom.

Aufgabe 5: (6)

Gegeben sei f durch

$$f(x) = \frac{(-x^2-4x+21)\,(x+7)}{(x+15)^2\,(x-3)\,(x^2-9x)}\,.$$

Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich von f und diskutieren Sie die so erhaltene Funktion bezüglich Art der Definitionslücken, Art der Nullstellen und dem Verhalten im Unendlichen. Berechnen Sie im Falle einer hebbaren Definitionslücke den zugehörigen Grenzwert und skizzieren Sie f anhand Ihrer Ergebnisse.

Aufgabe 6: (3)

Skizzieren Sie folgende Funktionen in geeignete Koordinatensysteme

i) $f(x) = 2\sin(2x)$ für $x \in [0\,,2\pi]$

ii) $f(x) = -\mathrm{e}^{-\mathrm{x}}$ und $\mathrm{g(x)} = \mathrm{e}^{|\mathrm{x}|}$

Aufgabe 7: (4)

Bilden Sie jeweils die erste Ableitung folgender Funktionen.

i) $f(x) = \sin(0,1x^5) + \cos(2\pi) + \cos(\pi x)$

ii) $f(x) = \dfrac{-\sin(x)}{\mathrm{e}^{3\mathrm{x}^2}}$

iii) $f(x) = \ln(\sin(\sqrt{x}))$ für $x \in (0\,,\pi]$

iv) $f(t) = 3t^3 \cdot \mathrm{e}^{-3\mathrm{t}} \cdot \cos(\mathrm{x})$

Aufgabe 8: (6)

a) Berechnen Sie den Wert des Integrals

$$\int_0^1 x \cdot \sqrt{1+x^2}\ \mathrm{dx}$$

b) Lösen Sie folgendes unbestimmte Integral

$$\int (x-2)^2 \cdot \mathrm{e}^{2\mathrm{x}}\ \mathrm{dx}$$

Aufgabe 9: (1)

Bilden Sie folgende Schnitt- bzw. Vereinigungsmenge

i) $-2 \leq x < 5$ und $3 < x \leq 5$ ii) $x > 7$ oder $x \leq 8$

Aufgabe 10: (2)

Bekanntlich lassen sich die Kegelschnitte durch die Beziehung zwischen dem Öffnungswinkel α des Kegels und dem Neigungswinkel β der Schnittebene E beschreiben.
Für welche Neigungswinkel β, im Bezug zur Rotationsachse, ergeben sich welche Kegelschnitte (Kreis, etc.)? Geben Sie die entsprechenden Werte bzw. Wertebereiche an und fertigen Sie eine zugehörige Skizze an.

Aufgabe 11: (6)

Gegeben sei die Funktion

$$f(x) = (9-6x)\,\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}\mathrm{x}^2} \qquad \text{für} \quad \mathrm{x} \in \mathbb{R}\,.$$

Diskutieren Sie die Funktion bezüglich Schnittpunkte mit den Achsen, Symmetrieverhalten und Extrema sowie bezüglich ihres Verhaltens im Unendlichen. Fertigen Sie mit Hilfe Ihrer Ergebnisse eine Skizze der Funktion an.

[Kontrollergebnis: $f'(x) = \mathrm{e}^{-\frac{1}{2}\mathrm{x}^2}\,(6\mathrm{x}^2 - 9\mathrm{x} - 6)$]

Ergebnisse zur Klausur vom 7. März 2013

Hinweis: Skizzen können derzeit nicht ausgedruckt werden. Sie können sie im Büro von Frau Bauer einsehen.

Aufgabe 1: a) $-\frac{8}{9}$ b) $x^{-\frac{1}{2}}$

Aufgabe 2: $2|x-2| + 1 > |6+2x| - |x-2| \quad \Leftrightarrow \quad x < \frac{1}{5}$ oder $x > 11$

Aufgabe 3: $f(1,5) = 14$

Aufgabe 4: Das gesuchte Interpolationspolynom lautet:
$p_N(x) = 5 - 3(x+5) + \frac{1}{3}(x+5)(x+3)$

Aufgabe 5: Definitionsbereich:
$D_f = \{x \in \mathbb{R} \,|\, x \neq -15; 0; 3; 9\}$

Art der Definitionslücken:

$x = -15$: Polstelle ohne VZW

$x = 0$: Polstelle mit VZW

Skizze: ...

$x = 9$: Polstelle mit VZW

$x = 3$: hebbare Lücke mit

$$\lim_{x \to 3} f(x) \approx 0{,}017$$

Nullstelle: $x = -7$ ohne VZW

Verhalten im Unendlichen: $\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = 0^-$

Aufgabe 6: Skizzen: ...

Aufgabe 7:

i) $f'(x) = 0{,}5x^4 \cdot \cos(0{,}1x^5) - \pi \cdot \sin(\pi x)$

ii) $f'(x) = \dfrac{-\cos(x) + 6x \cdot \sin(x)}{\mathrm{e}^{3x^2}}$

iii) $f'(x) = \dfrac{\cos(\sqrt{x})}{\sin(\sqrt{x}) \cdot 2\sqrt{x}}$

iv) $f'(t) = 9\cos(x) \cdot t^2 \cdot \mathrm{e}^{-3t} \cdot (1-t)$

Aufgabe 8:

a) $\displaystyle\int_0^1 x \cdot \sqrt{1+x^2}\, dx = \frac{1}{2} \int_1^2 \sqrt{u}\, du \approx 0{,}609$

b) $\displaystyle\int (x-2)^2 \cdot \mathrm{e}^{2x}\, dx = \frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x}\left(x^2 - 5x + \frac{13}{2}\right) + c$ mit $c \in \mathbb{R}$

Aufgabe 9: i) $3 < x < 5$ ii) $x \in \mathbb{R}$

Aufgabe 10: (Skizze siehe Vorlesung!)

$\beta = 90^\circ \quad \longrightarrow$ Kreis

$\beta = \frac{\alpha}{2} \quad \longrightarrow$ Parabel

$\frac{\alpha}{2} < \beta < 90^\circ \quad \longrightarrow$ Ellipse

$0 < \beta < \frac{\alpha}{2} \quad \longrightarrow$ Hyperbel

Aufgabe 11: Schnittpunkte mit den Achsen:

$N(\frac{3}{2}|0)$, $S_y(0|9)$

Symmetrieverhalten:

f ist nicht symmetrisch.

Extrempunkte: $H(-0,5|10,590)$,

$T(2|-0,406)$

Verhalten im Unendlichen:

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0^+$ und $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = 0^-$

Skizze: ...