Mathematik 1 für Bauingenieure

Aufgabe 1: (3)

Berechnen Sie: $\dfrac{\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)\cdot\left(\cos^2(x)+\sin^2(x)\right)}{e^0\cdot\left(\ln(e^0)^2-2e^{\ln(1)^3}\right)\cdot a^{-1}}$

Vereinfachen Sie soweit wie möglich:

a) $\dfrac{2(2x+2)}{(x^2+2x+1)^2}$

b) $-\dfrac{2(y^2-1)}{\frac{1}{y^2}(1-y^2)^2}$

Aufgabe 2: (5)

Bestimmen Sie alle $x \in \mathbb{R}$, die die Ungleichung erfüllen.

$$\frac{2-|x-1|}{|x-4|} \geq \frac{1}{2}$$

Aufgabe 3: (2)

Berechnen Sie den Funktionswert $f(-2)$ für die Funktion

$$f(x) = 1{,}5x^4 - 5x^2 + 3x - 12$$

mithilfe des Horner-Schemas.

Aufgabe 4: (4)

Die Funktion $f(x) = x^2 - 2\cos(x)$ mit $x \in \mathbb{R}$ besitzt zwei Nullstellen. Diese lassen sich nicht analytisch ermitteln. Ermitteln Sie eine Näherung für eine der beiden Nullstellen mithilfe des Tangentenverfahrens nach Newton iterativ, mit einer Genauigkeit von vier Nachkomma-stellen hinter dem Komma.
Bestimmen Sie den benötigten Startwert mittels einer geeigneten Skizze.

Hinweis: Es kann vorausgesetzt werden, dass das Verfahren konvergiert.

Aufgabe 5: (4)

Gegeben sei die Funktion f durch

$$f(x) = -10\frac{\ln(x)}{x^2}.$$

Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich von f und diskutieren Sie die so erhaltene Funktion bezüglich Nullstellen, Extrem- und Wendepunkte sowie das Verhalten an den Rändern von D_f.
Skizzieren Sie f anhand Ihrer Ergebnisse.

Aufgabe 6: (5)

Gegeben sei die Funktion f durch

$$f(x) = \frac{x^2-x-2}{(x+2)(x^2+2x+1)}$$

Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich von f und diskutieren Sie die so erhaltene Funktion bezüglich Nullstellen, Art der Definitionslücken und dem Verhalten im Unendlichen. Berechnen Sie im Falle einer hebbaren Definitionslücke den zugehörigen Grenzwert und skizzieren Sie f anhand Ihrer Ergebnisse.

Aufgabe 7: (3)

Bilden Sie jeweils die erste Ableitung folgender Funktionen.

a) $f(x) = \sqrt[3]{x} \cdot \cos(x)$, $\quad x \geq 0$

b) $f(x) = \frac{x+1}{\ln(x)}$, $\quad x > 1$

c) $f(t) = \cos(3x) \cdot (-4t^2) \cdot (-e^{-t})$, $\quad x \in \mathbb{R}$

Aufgabe 8: (4)

Lösen Sie folgende bestimmte Integrale

a) $\int_0^a \cos(x+\pi)$ dx

b) $\int_0^2 \frac{4x}{\sqrt{1+2x^2}}$ dx

Aufgabe 9: (4)

Berechnen Sie das unbestimmte Integral:

$$\int \frac{x+1}{x^3-5x^2+8x-4} \; dx$$

Aufgabe 10: (6)

Gegeben sei die Funktion

$$f(x) = (2x+2)e^{\frac{1}{2}x} \quad \text{für} \quad x \in \mathbb{R}$$

Diskutieren Sie die Funktion bezüglich Schnittpunkte mit den Achsen, Symmetrieverhalten, Extrempunkte sowie das Verhalten im Unendlichen.
Fertigen Sie mithilfe Ihrer Ergebnisse eine Skizze der Funktion an.

[<u>Kontrollergebnis:</u> $f''(x) = e^{\frac{1}{2}x}\left(\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}\right)$]