

# Fachbereich Bauingenieurwesen

## Mathematik 1 für Bauingenieure

Prof. Dr.-Ing. P. Sparla  
18. September 2015

**Aufgabe 1:** (1)

Vereinfachen Sie  $\frac{(x+x^2)^2}{x^2}$  ( $x \neq 0$ ) soweit wie möglich.

**Aufgabe 2:** (5)

Bestimmen Sie alle  $x \in \mathbb{R} \setminus \{6\}$ , die die Ungleichung

$$\frac{|3x+6|}{6-x} \leq 1$$

erfüllen.

**Aufgabe 3:** (1)

Für welche  $x \in \mathbb{R}$  gilt:  $(x+3)(x-1)(x+4) \leq 0$  ?

**Aufgabe 4:** (4)

Bei einem Versuch hat sich folgende Messreihe ergeben

$i$	0	1	2	3
$x_i$	-2	-1	1	2
$f(x_i)$	-1	0	2	4

.

Leider hat man vergessen den Wert für  $x = 0$  zu notieren. Bestimmen Sie das Newtonsche Interpolationspolynom und berechnen Sie damit einen Näherungswert an dieser Stelle.

**Aufgabe 5:** (2)Berechnen Sie  $(3x^4 - x^3 + 4x - 1) : (x^2 + 2x + 3)$ .**Aufgabe 6:** (5)Gegeben sei  $f$  durch

$$f(x) = \frac{x^2 + 23x + 60}{(x-2)(x+30)^2(x+20)}.$$

Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich von  $f$  und diskutieren Sie die so erhaltene Funktion bezüglich Art der Definitionslücken, Art der Nullstellen und dem Verhalten im Unendlichen. Berechnen Sie im Falle einer hebbaren Definitionslücke den zugehörigen Grenzwert und skizzieren Sie  $f$  anhand Ihrer Ergebnisse.

**Aufgabe 7:** (2)

Bestimmen Sie die Lösung der Exponentialgleichung

$$256 \cdot 32^{x+1} = 4^{x+3} \cdot 16^{x+2}.$$

**Aufgabe 8:** (4)

Bilden Sie jeweils die erste Ableitung folgender Funktionen.

i)  $f(x) = c^2 x^2 \sin(x^2) \quad (x \in \mathbb{R})$

ii)  $f(x) = \ln(\sin^2(x)) \quad (0 < x < \pi)$

iii)  $f(x) = \frac{e^{-x}}{\cos(x)} \quad \left(-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}\right)$

iv)  $f(x) = \tan(e^x) \quad \left(-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}\right), \quad \text{Hinweis: } f(t) = \tan(t) \Rightarrow f'(t) = 1 + \tan^2(t)$

**Aufgabe 9:** (3)

Skizzieren Sie die folgenden Funktionen jeweils in einem eigenen geeignete Koordinatensystem.

i)  $f(x) = |x| - x \quad (x \in \mathbb{R})$

ii)  $f(x) = \frac{1}{\sin(x)} \quad (0 < x < 2\pi \text{ und } x \neq \pi)$

iii)  $f(x) = \frac{e^{2x}}{e^x} \quad (x \in \mathbb{R})$

**Aufgabe 10:** (7)

Lösen Sie folgende Integrale.

i)  $\int_1^2 \sinh\left(\frac{1}{5}x\right) dx$

ii)  $\int \frac{\ln(x)}{x^2} dx \quad (x \neq 0)$

iii)  $\int \frac{-x^2 + 5x - 2}{x(x^2 - 1)} dx \quad (x \neq 0; \pm 1)$

**Aufgabe 11:** (6)

Diskutieren Sie die Funktion

$$f(x) = (6 - 2x)e^{-\frac{1}{2}x} \quad \text{für } x \in \mathbb{R}$$

bezüglich Schnittpunkten mit den Achsen, Symmetrieverhalten, Extrem- und Wendepunkten sowie dem Verhalten im Unendlichen. Fertigen Sie anhand Ihrer Ergebnisse eine Skizze an.

## Ergebnisse zur Klausur vom 18. September 2015

**Aufgabe 1:**  $\frac{(x+x^2)^2}{x^2} = (1+x)^2$

**Aufgabe 2:**  $\frac{|3x+6|}{6-x} \leq 1 \Leftrightarrow -6 \leq x \leq 0 \text{ oder } x > 6$

**Aufgabe 3:**  $\frac{(x+3)(x-1)}{x+4} \leq 0 \Leftrightarrow x \leq -4 \text{ oder } -3 \leq x \leq 1$

**Aufgabe 4:** Das Newtonsche Interpolationspolynom lautet:

$$p_N(x) = -1 + (x+2) + \frac{1}{12}(x+2)(x+1)(x-1)$$

außerdem:  $p_N(0) = \frac{5}{6}$

**Aufgabe 5:**  $(3x^4 - x^3 + 4x - 1) : (x^2 + 2x + 3) = 3x^2 - 7x + 5 + \frac{15x - 16}{x^2 + 2x + 3}$

**Aufgabe 6:** Definitionsbereich:

$$D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq -30; -20; 2\}$$

Art der Definitionslücken:

$x = -30$ : Polstelle ohne VZW

$x = 2$ : Polstelle mit VZW

$x = -20$ : hebbare Lücke mit

$$\lim_{x \rightarrow -20} f(x) \approx 0,008$$

Art der Nullstellen:

$x = -3$  mit VZW

Verhalten im Unendlichen:  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0^+$

Aus programmtechnischen Gründen kann die Skizze derzeit nicht dargestellt werden.

**Aufgabe 7:**  $256 \cdot 32^{x+1} = 4^{x+3} \cdot 16^{x+2} \Leftrightarrow x = -1$

**Aufgabe 8:** i)  $f'(x) = 2c^2x(\sin(x^2) + x^2 \cdot \cos(x^2))$

ii)  $f'(x) = 2 \cot(x)$

iii)  $f'(x) = \frac{-e^x(\cos(x) - \sin(x))}{\cos^2(x)}$

iv)  $f'(x) = (1 + \tan^2(e^x)) \cdot e^x$

**Aufgabe 9:** Skizzen ...

**Aufgabe 10:** i)  $\int_1^2 \sinh\left(\frac{1}{5}x\right) dx \approx 0,305$

ii)  $\int \frac{\ln(x)}{x^2} dx = -\frac{1}{x}(\ln(x) + 1) + c$  mit  $c \in \mathbb{R}$

iii)  $\int \frac{-x^2 + 5x - 2}{x(x^2 - 1)} dx = \int \left( \frac{2}{x} - \frac{4}{x+1} + \frac{1}{x-1} \right) dx$   
 $= 2 \ln|x| - 4 \ln|x+1| + \ln|x-1| + c$  mit  $c \in \mathbb{R}$

**Aufgabe 11:** Schnittpunkte mit den Achsen:

$S_y(0|6), N(3|0)$

Symmetrieverhalten:

$f$  ist nicht symmetrisch

Extrempunkt:  $H(5|-0,33)$

Wendepunkt:  $W(7|-0,24)$

Verhalten im Unendlichen:

$f(x) \xrightarrow{x \rightarrow -\infty} -\infty$

$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0^-$

Aus programmtechnischen  
Gründen kann die Skizze derzeit  
nicht dargestellt werden.

HINWEIS: Alle Skizzen werden nachgereicht und können bis dahin bei Frau Bauer im Büro eingesehen werden.

Stand: 20.02.2018