

# Fachbereich Bauingenieurwesen

## Mathematik 1 für Bauingenieure

Prof. Dr.-Ing. P. Sparla  
11. März 2015

### Aufgabe 1: (2)

Berechnen und vereinfachen Sie soweit wie möglich.

- i) 
$$\frac{3a \cdot (\ln(e))^{\frac{1}{3}} + \sin(2\pi) + \lg 10}{2 \cdot \sqrt[3]{\sin(\frac{\pi}{2})} - e^{(\sin(\pi))^3}}$$
- ii) 
$$\frac{5+a}{x} - \frac{-3a-15}{3x^2-3x} \quad (x \neq 0; 1)$$

### Aufgabe 2: (5)

Bestimmen Sie alle  $x \in \mathbb{R}$ , die die Ungleichung

$$\frac{|2x-1|}{2-x} \leq 1$$

erfüllen.

### Aufgabe 3: (1)

Fassen Sie folgende Bedingungen soweit wie möglich zusammen.

- i)  $-5 < x \leq 7,1$  und  $5,9 < x \leq 10$
- ii)  $-1 \leq x < 3,5$  oder  $3,5 \leq x < 4,2$

### Aufgabe 4: (3)

Ermitteln Sie mit Hilfe des Tangentenverfahrens von Newton eine Näherung für die Nullstelle der Funktion  $f(x) = x^3 + x + 1$  für  $x \in \mathbb{R}$ . Benutzen Sie dazu den Startwert  $x_0 = -0,5$  und berechnen Sie die Näherung so, dass mit diesem Wert die Nullstelle auf mindestens 3 Nachkommastellen genau berechnet werden kann. Geben Sie alle Zwischenergebnisse auf 4 Nachkommastellen gerundet an.

(Die Konvergenz des Verfahrens ist gewährleistet.)

**Aufgabe 5:** (2)

Gegeben ist die algebraische Kreisgleichung

$$x^2 + y^2 - 4x + 6y + 12 = 0.$$

Überführen Sie diese in ihre Mittelpunktsleichung und geben Sie den Mittelpunkt an.

**Aufgabe 6:** (7)

Gegeben sei  $f$  durch

$$f(x) = \frac{(x^2 + 13x - 30)(x + 15)}{(x^2 - 400)(x + 1)^2(x - 2)}.$$

Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich von  $f$  und diskutieren Sie die so erhaltene Funktion bezüglich Art der Nullstellen, Art der Definitionslücken und dem Verhalten im Unendlichen. Berechnen Sie im Falle einer hebbaren Definitionslücke den zugehörigen Grenzwert und skizzieren Sie  $f$  anhand Ihrer Ergebnisse.

**Aufgabe 7:** (2)

Skizzieren Sie folgende Funktionen.

- i)  $f(x) = 0,5^x$  für  $x \in \mathbb{R}$
- ii)  $f(x) = 2|\sin(x)|$  für  $x \in [0; 4\pi]$

**Aufgabe 8:** (3)

Bilden Sie jeweils die erste Ableitung folgender Funktionen.

- i)  $f(x) = \cos\left(\sqrt{e^{x^2+5x-2}}\right)$  ( $x \in \mathbb{R}$ )
- ii)  $f(x) = 5x^3 a \cdot e^{6x^2}$  ( $x \in \mathbb{R}$ )
- iii)  $f(x) = \frac{2\ln(x^2)}{x^2}$  ( $x \in \mathbb{R}, x \neq 0$ )

**Aufgabe 9:**

(8)

Lösen Sie folgende Integrale.

i)  $\int \frac{3}{x-3} dx \quad (x \neq 3)$

ii)  $\int_1^2 \frac{4}{e^{2x-4}} dx$

iii)  $\int_0^1 (3-x^2)^5 \cdot 2x^3 dx \quad (\text{Substitution})$

iv)  $\int_0^\pi \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \cdot \frac{1}{4}x dx \quad (\text{partielle Integration})$

**Aufgabe 10:**

(7)

Diskutieren Sie die Funktion

$$f(x) = -x^3 - x^2 + 16x + 16 \quad \text{für} \quad x \in \mathbb{R}$$

bezüglich Schnittpunkte mit den Achsen, Symmetrieverhalten, Extrem- und Wendepunkte sowie dem Verhalten im Unendlichen. Fertigen Sie anhand Ihrer Ergebnisse eine Skizze an.

## Ergebnisse zur Klausur vom 11. März 2015

**Aufgabe 1:** i)  $3a + 1$       ii)  $\frac{5+a}{x-1}$

**Aufgabe 2:**  $\frac{|2x-1|}{2-x} \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1$  oder  $x > 2$

**Aufgabe 3:** i)  $5,9 < x \leq 7,1$       ii)  $-1 \leq x < 4,2$

**Aufgabe 4:** Die gesuchte Näherung liegt bei  $x = -0,6823$ .

**Aufgabe 5:** Mittelpunktsleichung:  $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 1$ ;      Mittelpunkt:  $M(2|-3)$

**Aufgabe 6:** Definitionsbereich:

$$D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq \pm 20; -1; 2\}$$

Art der Definitionslücken:

$x = \pm 20$ : Polstelle mit VZW

$x = -1$ : Polstelle ohne VZW

$x = 2$ : hebbare Lücke mit

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) \approx -0,081$$

Art der Nullstellen:  $x = -15$  ohne VZW

Verhalten im Unendlichen:  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0^+$

Aus programmtechnischen Gründen kann die Skizze derzeit nicht dargestellt werden.

**Aufgabe 7:** (siehe oben)

**Aufgabe 8:** i)  $f'(x) = -\sin\left(\sqrt{e^{x^2+5x-2}}\right) \cdot \frac{e^{x^2+5x-2} \cdot (2x+5)}{2\sqrt{e^{x^2+5x-2}}}$

ii)  $f'(x) = 15ax^2 \cdot e^{6x^2} (1 + 4x^2)$

iii)  $f'(x) = \frac{4 - 4\ln(x^2)}{x^3}$

**Aufgabe 9:** i)  $\int \frac{3}{x-3} dx = 3\ln|x-3| + c$  mit  $c \in \mathbb{R}$

ii)  $\int_1^2 \frac{4}{e^{2x-4}} dx \approx 12,78$

iii)  $\int_0^1 (3-x^2)^5 \cdot 2x^3 dx = \int_3^2 (u^6 - 3u^5) du \approx 38,36$

iv)  $\int_0^\pi \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \cdot \frac{1}{4}x dx = -\frac{1}{4}\pi$

**Aufgabe 10:** Schnittpunkte mit den Achsen:  
 $S_y(0|16), N_1(-4|0), N_2(-1|0), N_3(4|0)$

Symmetrieverhalten:

$f$  ist nicht symmetrisch

Extrempunkte:  $T(-2,67|-14,81)$ ,  
 $H(2|36)$

Wendepunkt:  $W(-0,33|10,59)$

Verhalten im Unendlichen:

$f(x) \xrightarrow{x \rightarrow \pm\infty} \mp\infty$

Aus programmtechnischen  
Gründen kann die Skizze derzeit  
nicht dargestellt werden.

HINWEIS: Alle Skizzen werden nachgereicht und können bis dahin bei Frau Bauer im Büro eingesehen werden.

Stand: 20.02.2018