Fachbereich Bauingenieurwesen

Mathematik 1 für Bauingenieure

Prof. Dr.-Ing. P. Sparla

10. Juli 2015

FH AACHEN UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Aufgabe 1: (2)

Berechnen bzw. vereinfachen Sie soweit wie möglich.

i) $$\frac{\frac{3}{2}\cosh(0) + 3e^0 + 3\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)}{3\cos(\pi)}$$

ii) $$\frac{x - 1 - x\cos^2(\alpha) + \cos^2(\alpha)}{x - 1} - \sin^2(\alpha)$$

Aufgabe 2: (5)

Bestimmen Sie alle $x \in \mathbb{R}$, die die Ungleichung

$$|3x+6| < 2x + |6-x|$$

erfüllen.

Aufgabe 3: (1)

Für welche $x \in \mathbb{R} \setminus \{-4\}$ gilt $\frac{(x+3)(x-1)}{x+4} \geq 0$?

Aufgabe 4: (4)

Bei einem Versuch hat sich folgende Messreihe ergeben

i	0	1	2	3
x_i	-2	-1	1	2
$f(x_i)$	12	6	0	24

.

Leider hat man vergessen den Wert für $x = 0$ zu notieren. Bestimmen Sie das Newtonsche Interpolationspolynom und berechnen Sie damit einen Näherungswert an dieser Stelle.

Aufgabe 5: (4)

Überführen Sie die algebraische Gleichung

$$9x^2 + 5y^2 + 36x - 10y = 4$$

in Mittelpunktsform. Geben Sie an, ob es sich um einen Kreis oder eine Ellipse handelt und bestimmen Sie entsprechend Mittelpunkt und Radius bzw. die Halbachsen. Fertigen Sie außerdem eine Skizze an.

Aufgabe 6: (6)

a) Gegeben sei f durch

$$f(x) = \frac{(x^2 - 6{,}5x - 12)}{(x^2 + 34x + 289)\,(x - 5)} \,.$$

Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich von f und diskutieren Sie die so erhaltene Funktion bezüglich Art der Definitionslücken, Art der Nullstellen und dem Verhalten im Unendlichen. Berechnen Sie im Falle einer hebbaren Definitionslücke den zugehörigen Grenzwert und skizzieren Sie f anhand Ihrer Ergebnisse.

b) Worin unterscheidet sich g, gegeben durch

$$g(x) = \frac{(x^2 - 6{,}5x - 12)\,(x-2)}{(x^2 + 34x + 289)\,(x - 5)\,(x-2)} \,,$$

von f aus Aufgabenteil a)? Fertigen Sie eine Skizze von g an.

Aufgabe 7: (4)

Bilden Sie jeweils die erste Ableitung folgender Funktionen.

i) $f(x) = c\sin(\mathrm{e}^{x^2}) + \ln(\mathrm{e}^{x^3}) - \cos(x^2\,\mathrm{e}^{x^2}) \qquad (x \in \mathbb{R})$

ii) $f(x) = \dfrac{\cos(x)}{\sin^2(x)} \qquad (x \neq k\pi$ für $k \in \mathbb{Z})$

iii) $f(x) = 5\sin(c)\cdot x^{-5c} \qquad (x \in \mathbb{R})$

Aufgabe 8: (3)

Lösen Sie folgende Integrale.

i) $\displaystyle\int \frac{1+x^2+x^3}{2x^2}\,\mathrm{d}x \qquad (x \neq 0)$

ii) $\displaystyle\int_1^2 \frac{3}{\mathrm{e}^{3x-6}}\,\mathrm{d}x$

Aufgabe 9: (4)

Lösen Sie das unbestimmte Integral

$$\int \frac{3x^2+5x+3}{(x+2)^2\,(x-\frac{1}{2})}\,\mathrm{d}x\,.$$

Aufgabe 10: (7)

Diskutieren Sie die Funktion

$$f(x) = (3x-1)\,\mathrm{e}^{-x} \qquad \text{für} \qquad x \in \mathbb{R}$$

bezüglich Schnittpunkten mit den Achsen, Symmetrieverhalten, Extrem- und Wendepunkten sowie dem Verhalten im Unendlichen. Fertigen Sie anhand Ihrer Ergebnisse eine Skizze an.

Ergebnisse zur Klausur vom 10. Juli 2015

Aufgabe 1: i) $\dfrac{\frac{3}{2}\cosh(0) + 3\mathrm{e}^0 + 3\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)}{3\cos(\pi)} = -2$

ii) $\dfrac{x - 1 - x\cos^2(\alpha) + \cos^2(\alpha)}{x-1} - \sin^2(\alpha) = 0$

Aufgabe 2: $|3x+6| < 2x + |6-x| \quad \Leftrightarrow \quad -3 < x < 0$

Aufgabe 3: $\dfrac{(x+3)(x-1)}{x+4} \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad -4 < x \leq -3$ oder $x \geq 1$

Aufgabe 4: Das Newtonsche Interpolationspolynom lautet:

$p_N(x) = 12 - 6(x+2) + (x+2)(x+1) + 2(x+2)(x+1)(x-1)$

außerdem: $p_N(0) = -2$

Aufgabe 5: $9x^2 + 5y^2 + 36x - 10y = 4$

$\Leftrightarrow \quad \dfrac{(x+2)^2}{5} + \dfrac{(y-1)^2}{9} = 1$ (Mittelpunktsgleichung)

Fazit: Ellipse mit Mittelpunkt $M(-2|1)$ und Halbachsen $a = \sqrt{5}$ und $b = 3$.

Skizze: ...

Aufgabe 6: a) Definitionsbereich:

$D_f = \{x \in \mathbb{R} \,|\, x \neq -17; 5\}$

Aus programmtechnischen Gründen kann die Skizze derzeit nicht dargestellt werden.

Art der Definitionslücken:

$x = -17$: Polstelle ohne VZW

$x = 5$: Polstelle mit VZW

Art der Nullstellen:

$x = -1{,}5$ sowie $x = 8$ jeweils mit VZW

Verhalten im Unendlichen: $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x) = 0^{\pm}$

b) Im Gegensatz zu f hat g eine hebbare Lücke in $x = 2$.

Aufgabe 7: i) $f'(x) = 2cx\mathrm{e}^{x^2} \cdot \cos\left(\mathrm{e}^{x^2}\right) + 3x^2 + 2x\mathrm{e}^{x^2}(1+x^2) \cdot \sin\left(x^2\mathrm{e}^{x^2}\right)$

ii) $f'(x) = \dfrac{-\sin^2(x) - 2\cos^2(x)}{\sin^3(x)}$

iii) $f'(x) = -25cx^{-5c-1} \cdot \sin(c)$

Aufgabe 8: i) $\int \frac{1+x^2+x^3}{2x^2}\,\mathrm{d}x = -\frac{1}{2}x^{-1} + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x^2 + c$ mit $c \in \mathbb{R}$

ii) $\int_1^2 \frac{3}{e^{3x-6}}\,\mathrm{d}x = e^3 - 1$

Aufgabe 9: $\int \frac{3x^2+5x+3}{(x+2)^2\,(x-\frac{1}{2})}\,\mathrm{d}x = \int \left(\frac{-2}{(x+2)^2} + \frac{2}{x+2} + \frac{1}{x-0,5}\,\mathrm{d}x \right)$

$= 2\,(x+2)^{-1} + 2\ln|x+2| + \ln|x-0,5| + c$ mit $c \in \mathbb{R}$

Aufgabe 10: Schnittpunkte mit den Achsen:

$S_y(0|-1), N(\frac{1}{3}|0)$

Symmetrieverhalten:

f ist nicht symmetrisch

Extrempunkt: $H(1,33|0,79)$

Wendepunkt: $W(2,33|0,58)$

Verhalten im Unendlichen:

$f(x) \xrightarrow{x\to-\infty} -\infty$

$\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = 0^+$

Aus programmtechnischen Gründen kann die Skizze derzeit nicht dargestellt werden.

HINWEIS: Alle Skizzen werden nachgereicht und können bis dahin bei Frau Bauer im Büro eingesehen werden.

Stand: 14.03.2018