

# Fachbereich Bauingenieurwesen

## Mathematik 1 für Bauingenieure

Prof. Dr.-Ing. P. Sparla  
16. September 2016

### Aufgabe 1: (2)

- a) Berechnen Sie die Lösung der Gleichung:  $\frac{x(x-3)}{x+3} = 3x-9 \quad (x \neq -3)$
- b) Berechnen Sie:  $\ln(e^2) \cdot \left| \sin\left(\frac{3}{2}\pi\right) \right| + 4! \cdot 4^{-1} + \sqrt[3]{2^6}$

### Aufgabe 2: (6)

Bestimmen Sie alle  $x \in \mathbb{R}$ , die die Ungleichung

$$\frac{|3x+6|}{x-2} \geq x \quad (x \neq 2)$$

erfüllen.

### Aufgabe 3: (4)

Für  $x \in \mathbb{R}$  sei die Funktion  $f$  gegeben durch  $f(x) = x^3 - 5x^2 + 3,25x + 3$ . Bestimmen Sie eine Näherung der Nullstelle von  $f$  mit Hilfe des Tangentenverfahrens von Newton. Verwenden sie als Startwert  $x_0 = 1$ , geben Sie alle Zwischenergebnisse auf 4 Nachkommastellen gerundet an und bestimmen Sie die Nullstelle so, dass der Funktionswert exakt Null ergibt. Geben Sie zudem die allgemeine Formel für das Tangentenverfahren an.

### Aufgabe 4: (6)

Gegeben sei  $f$  durch

$$f(x) = \frac{\frac{1}{4} - x^2}{(x+1)^2(x^2 - x - \frac{3}{4})}.$$

Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich von  $f$  und diskutieren Sie die so erhaltene Funktion bezüglich Art der Definitionslücken, Art der Nullstellen und dem Verhalten im Unendlichen. Berechnen Sie im Falle einer hebbaren Definitionslücke den zugehörigen Grenzwert und skizzieren Sie  $f$  anhand Ihrer Ergebnisse.

### Aufgabe 5: (3)

Berechnen Sie  $(x^4 + 9x^3 + 21x^2 - x - 30) : (x^2 + x - 2)$ .

**Aufgabe 6:** (2)

Skizzieren Sie nachfolgende Funktionen.

i)  $f(x) = 2^{|x|}$  für  $x \in [-3; 3]$

ii)  $f(x) = \frac{1}{2} \sin\left(\frac{1}{2}x\right)$  für  $x \in [0; 2\pi]$

**Aufgabe 7:** (2)

Bilden Sie jeweils die erste Ableitung nachfolgender Funktionen.

i)  $f(x) = \cos(\ln(3x^3)) + 3 \ln(\sin(x^3))$  ( $x \in (0; \pi)$ )

ii)  $f(x) = \frac{10e^{3x^3}}{5x^3}$  ( $x \in \mathbb{R}, x \neq 0$ )

**Aufgabe 8:** (7)

Diskutieren Sie die Funktion

$$f(x) = -(x^2 - 3) \cdot e^x \quad \text{für } x \in \mathbb{R}$$

bezüglich Schnittpunkte mit den Achsen, Symmetrieverhalten, Extrem- und Wendepunkte sowie dem Verhalten im Unendlichen. Fertigen Sie anhand Ihrer Ergebnisse eine Skizze an.

**Aufgabe 9:** (4)

Lösen Sie folgende Integrale.

i)  $\int_1^e \ln(x^2) \cdot x^2 \, dx$

ii)  $\int_{-2}^{-1} \frac{x^2}{x^4 + 3} \cdot 4x \, dx$

**Aufgabe 10:** (4)

Lösen Sie das Integral

$$\int \frac{3x^2 + 5x + 3}{(x+2)^2(x-0,5)} \, dx.$$

## Ergebnisse zur Klausur vom 16. September 2016

**Aufgabe 1:** a)  $\frac{x(x-3)}{x+3} = 3x-9 \Leftrightarrow x=3 \text{ oder } x=-4,5$

b)  $\ln(e^2) \cdot |\sin(\frac{3}{2}\pi)| + 4! \cdot 4^{-1} + \sqrt[3]{2^6} = 12$

**Aufgabe 2:**  $\frac{|3x+6|}{x-2} \geq x \Leftrightarrow x \leq -1 \text{ oder } 2 < x \leq 6$

**Aufgabe 3:** Die gesuchte Nullstelle liegt bei  $x_3 = 1,5$  mit  $f(1,5) = 0$ .

**Aufgabe 4:** Definitionsbereich:

$$D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq -1; -\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\}$$

Art der Definitionslücken:

$x = -1$ : Polstelle ohne VZW

$x = \frac{3}{2}$ : Polstelle mit VZW

$x = -0,5$ : hebbare Lücke mit

$$\lim_{x \rightarrow -0,5} f(x) \approx -2$$

Art der Nullstellen:  $x = \frac{1}{2}$  mit VZW

Verhalten im Unendlichen:  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0^-$

Aus programmtechnischen Gründen kann die Skizze derzeit nicht dargestellt werden.

**Aufgabe 5:**  $(x^4 + 9x^3 + 21x^2 - x - 30) : (x^2 + x - 2) = x^2 + 8x + 15$

**Aufgabe 6:** (siehe oben)

**Aufgabe 7:** i)  $f'(x) = -\sin(\ln(3x^3)) \cdot \frac{3}{x} + 9x^2 \cdot \cot(x^3)$

ii)  $f'(x) = 6e^{3x^3} \cdot \frac{3x^3-1}{x^4}$

**Aufgabe 8:** Schnittpunkte mit den Achsen:

$$S_y(0|3), N_1(-1,73|0), N_2(1,73|0)$$

Symmetrieverhalten:

$f$  ist nicht symmetrisch.

Extrempunkte:

$$T(-3|-0,3), H(1|5,44)$$

Wendepunkt:

$$W_1(-4,24|-0,22), W_2(0,24|3,74)$$

Verhalten im Unendlichen:

$$f(x) \xrightarrow{x \rightarrow \infty} -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0^-$$

Aus programmtechnischen  
Gründen kann die Skizze derzeit  
nicht dargestellt werden.

**Aufgabe 9:** i)  $\int_1^e \ln(x^2) \cdot x^2 \, dx = \frac{2}{9} + \frac{4}{9}e^3$

ii)  $\int_{-2}^{-1} \frac{x^2}{x^4+3} \cdot 4x \, dx = \int_{19}^4 \frac{1}{u} \, du = \ln\left(\frac{4}{19}\right)$

**Aufgabe 10:**  $\int \frac{3x^2 + 5x + 3}{(x+2)^2(x-0,5)} \, dx = \int \left( \frac{-2}{(x+2)^2} + \frac{2}{x+2} + \frac{1}{x-0,5} \right) \, dx$   
 $= 2(x+2)^{-1} + 2\ln|x+2| + \ln|x-0,5| + c \quad (c \in \mathbb{R})$

HINWEIS: Alle Skizzen werden nachgereicht und können bis dahin bei Frau Bauer im Büro eingesehen werden.