Fachhochschule Aachen
Fachbereich Bauingenieurwesen

Aachen, den 11. Juli 2011

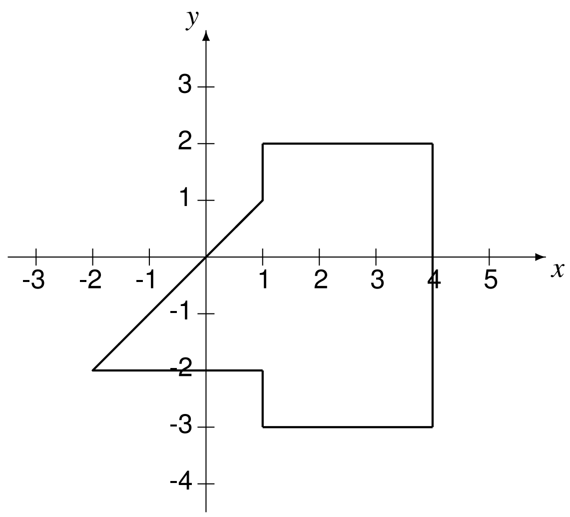
Mathematik 2 für Bauingenieure

Aufgabe 1: (4)

Gegeben sei die Funktion $f(x) = \sqrt{2x \cdot \cos\left(x^2 - \frac{\pi}{4}\right)}$ für $x \in \left[\frac{\sqrt{\pi}}{2}, \frac{\sqrt{3\pi}}{2}\right]$. Durch Rotation um die x-Achse entstehe der Rotationskörper K_x. Berechnen Sie das Rotationsvolumen V_x dieses Körpers.

Aufgabe 2: (5)

Berechnen Sie den Schwerpunkt der im nebenstehenden Koordinatensystem dargestellten Fläche. Entnehmen Sie alle dazu notwendigen Informationen der Skizze.



Aufgabe 3: (5)

Gegeben seien die Punkte $A(2|-2|2)$, $B(-1|3|3)$ und $C(-1|1|-1)$.

a) Zeigen Sie, dass die Punkte A, B und C nicht auf einer Geraden liegen.

b) Geben Sie eine parameterfreie Gleichung der Ebene an, in der die Punkte A, B und C liegen.

c) A, B und C spannen ein Dreieck auf. Berechnen Sie seinen Flächeninhalt.

Aufgabe 4: (3)

Berechnen Sie die Determinante der Matrix $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & -2 & 4 \\ 2 & 1 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Verwenden Sie dazu ausschließlich, auch für alle Unterdeterminanten, den Entwicklungssatz von Laplace.
Hinweis: Verwenden Sie zur Entwicklung möglichst günstige Zeilen oder Spalten.

Aufgabe 5: (4)

Gegeben sei

$$\begin{aligned} 2x_1 + 2x_2 &= 6 \\ -3x_1 - x_2 + 4x_3 &= 1 \\ 2x_1 - 2x_3 &= 3 \quad . \end{aligned}$$

Schreiben Sie das Gleichungssystem in Matrizenschreibweise.
Bestimmen Sie die Inverse der Koeffizientenmatrix entweder mit dem Gauß-Jordan-Verfahren oder mit Hilfe der Adjunkten und berechnen Sie den Lösungsvektor.

Aufgabe 6: (5)

Gegeben sei die Funktion

$$f(x,y) = 3x^2y + 4y^3 - 3x^2 - 12y^2 + 2011 \quad \text{für} \quad (x,y) \in \mathbb{R}^2 .$$

Bestimmen Sie alle Extrem- und Sattelstellen dieser Funktion. Untersuchen Sie im Falle einer Extremstelle, ob dort ein Minimum oder Maximum vorliegt.
(Die Funktionswerte an den kritischen Stellen brauchen nicht angegeben zu werden.)

Aufgabe 7: (4)

Gegeben sei die Differentialgleichung

$$y' + \frac{y\,(x^2 - x - 2)}{(x+1)} = 0 \quad \text{mit} \quad x \neq -1 .$$

Bestimmen Sie ihre Lösungsgesamtheit.

Ergebnisse der Klausur vom 11. Juli 2011

Aufgabe 1: Das Rotationsvolumen beträgt $V_x = \pi\,[VE]$.

Aufgabe 2: Der Schwerpunkt der Fläche liegt im Punkt $S(1,92|-0,62)$.

Aufgabe 3: a) —

b) $E: \quad \vec{x} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = 0$

c) Der Flächeninhalt beträgt $A \approx 11,22\,[FE]$.

Aufgabe 4: $\det(A) = -4$

Aufgabe 5: 1.) Matrizenschreibweise: $A \cdot \vec{x} = \vec{b}$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ -3 & -1 & 4 \\ 2 & 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

2.) Inverse: $A^{-1} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 1 & -2 & -4 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

Lösungsvektor: $\vec{x} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 10 \\ -4 \\ 7 \end{pmatrix}$

Aufgabe 6: Maximum bei $\vec{k_1} = (0,0)$, Minimum bei $\vec{k_2} = (0,2)$ und Sattelpunkte bei $\vec{k_3} = (-2,1)$ sowie $\vec{k_4} = (2,1)$.

Aufgabe 7: Lösungsgesamtheit: $y(x) = c \cdot e^{-\frac{1}{2}x^2+2x}$ mit $x \neq -1$ und $c \in \mathbb{R}$