Fachhochschule Aachen
Fachbereich Bauingenieurwesen

Aachen, den 10. September 2012

Mathematik 2 für Bauingenieure

Aufgabe 1: (4)

Gegeben sei die Funktion $f(x) = \dfrac{6}{4-x}$ für $x \in [1;2]$. Durch Rotation um die y-Achse entstehe der Körper K_y. Skizzieren Sie K_y und berechnen Sie das zugehörige Volumen V_y.

Aufgabe 2: (5)

Die Funktionen $f(x) = x$ und $g(x) = -x^2+4$ schließen eine Fläche mit einem Flächeninhalt von $A = 11{,}68\ [FE]$ ein. Fertigen Sie eine Skizze an und berechnen Sie den Schwerpunkt $S(x_s|y_s)$ der Fläche. Vervollständigen Sie anschließend Ihre Skizze.

Aufgabe 3: (5)

Gegeben seien die Gerade g durch

$$g: \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

sowie die Ebene E durch die beiden Gleichungen

$$E: \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad E: \quad \vec{x} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ -3 \end{pmatrix} = 8$$

für jeweils $\lambda \in \mathbb{R}$ und $\mu \in \mathbb{R}$.

a) Bestimmen Sie eine beliebige Ebene H in parameterfreier Form, die senkrecht zur Ebene E verläuft.

b) Geben Sie H in Punkt-Richtungs-Form an.

c) Berechnen Sie je nach Lage den Abstand bzw. Schnittpunkt und Schnittwinkel von E und g.

Aufgabe 4: (2)

Die Punkte $A(-3|-2|0)$, $B(4|-1|2)$ und $C(-1|0|-1)$ spannen ein Dreieck auf. Berechnen Sie seinen Flächeninhalt.

Aufgabe 5: (4)

Gegeben sei die Matrix $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & -2 \end{pmatrix}$.

a) Berechnen Sie die Determinante von A, mit Hilfe des Entwicklungssatzes von Laplace.

b) Bestimmen Sie die Inverse von A mit Hilfe des Gauß-Jordan-Verfahrens und überprüfen Sie Ihr Ergebnis mit der Berechnung von $A \cdot A^{-1}$.

Aufgabe 6: (2)

Gegeben sie die Funktion f durch $f(x,y,z) = x \cdot \sin(2y) \cdot e^{z-1}$ mit $(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$. Berechnen Sie $\operatorname{grad} f(5, -\frac{\pi}{4}, 1)$.

Aufgabe 7: (4)

Berechnen Sie die kritischen Stellen der Funktion

$$f(x,y) = \frac{2}{3}x^3 - 18x + e^{-x}(y-1)^2 \qquad \text{mit} \qquad (x,y) \in \mathbb{R}^2 .$$

Untersuchen Sie außerdem, ob es sich um Minimal-, Maximal- oder Sattelstellen handelt.

Aufgabe 8: (4)

Lösen Sie die folgende (inhomogene) lineare Differentialgleichung

$$y' + y = 1 .$$

Ergebnisse der Klausur vom 10. September 2012

Aufgabe 1: Das Volumen hat eine Größe von $V_y \approx 7{,}97 \ [VE]$.

Aufgabe 2: Der Schwerpunkt liegt in $S(-0{,}53|1{,}12)$.

Aufgabe 3: a) $H: \quad \overrightarrow{x} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = 0$ (z.B.)

b) $H: \quad \overrightarrow{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$ (z.B.)

c) g und E schneiden sich im Punkt $S(-2|-3|1)$ unter einem Winkel von $\varphi = 83{,}4^\circ$.

Aufgabe 4: Das Dreieck hat einen Flächeninhalt von $A \approx 8{,}52 \ [FE]$.

Aufgabe 5: a) $\det(A) = 2$ b) $A^{-1} = \begin{pmatrix} -4 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

Aufgabe 6: $\operatorname{grad} f(5, -\frac{\pi}{4}, 1) = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix}$

Aufgabe 7: f hat eine Sattelstelle in $\overrightarrow{k_1} = (-3, 1)$ und eine Minimalstelle in $\overrightarrow{k_2} = (3, 1)$.

Aufgabe 8: Lösungsgesamtheit: $y(x) = 1 + c\,\mathrm{e}^{-x}$ mit $c, x \in \mathbb{R}$