

## Mathematik 2 für Bauingenieure

**Aufgabe 1:** (4)

Die Funktion  $f(x) = \sqrt{3x} \cdot (x-2)^2$  mit  $x \geq 0$  und die  $x$ -Achse begrenzen eine Fläche. Skizzieren Sie den Sachverhalt und berechnen Sie das Volumen des Körpers, der durch Rotation dieser Fläche um die  $x$ -Achse entsteht.

**Aufgabe 2:** (4)

Gegeben sei die Funktion  $f(x) = \sqrt{21-4x}$  im Intervall  $I = [-3; 2]$ . Berechnen Sie die Mantelfläche des Körpers, der durch Rotation von  $f$  um die  $x$ -Achse entsteht und skizzieren Sie den Sachverhalt.

**Aufgabe 3:** (2)

Geben Sie zu den Vektoren  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  und  $\vec{c} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 7 \end{pmatrix}$  einen beliebigen Vektor  $\vec{b}$  an, so dass  $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c}$  gilt.

**Aufgabe 4:** (4)

a) Nennen Sie alle möglichen Lagebeziehungen zwischen zwei Ebenen im  $\mathbb{R}^3$ .

b) Gegeben seien die Ebenen  $E$  und  $H$  durch

$$E: \vec{x} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} = 5 \quad \text{und} \quad H: \vec{x} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = 5.$$

Bestimmen Sie die Lage von  $E$  und  $H$  zueinander und berechnen Sie dementsprechend ihren Abstand bzw. Schnittgerade und Schnittwinkel.

**Aufgabe 5:** (5)

a) Gegeben sei die Matrix  $A$  durch 
$$A = \begin{pmatrix} 0,5 & 0,25 & -0,5 \\ 0 & 0,25 & 1 \\ -0,25 & 0 & 0,25 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie  $\det(A)$  sowie  $A^{-1}$ .

Benutzen Sie zur Berechnung der Inversen das Gauß-Jordan-Verfahren.

b) Gegeben sei die matrix  $B$  durch 
$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -4 \\ -1 & 6 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & 5 & 3 & -1 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie die Unterdeterminante  $\det(B_{32})$ .

**Aufgabe 6:** (5)

Berechnen Sie die Kritischen Punkte der Funktion

$$f(x,y) = e^{\frac{1}{2}x} y^2 + \frac{4}{3}x^3 - 4x \quad \text{mit } (x,y) \in \mathbb{R}^2.$$

Untersuchen Sie, ob es sich um Extrem- oder Sattelpunkte handelt und bestimmen sie im Falle eines Extrempunktes, ob es sich um ein Minimum oder Maximum handelt.

**Aufgabe 7:** (4)

a) Bestimmen Sie die Lösungsgesamtheit der Differentialgleichung

$$y' = -2x\sqrt{y-1} \quad \text{mit } y \geq 1.$$

b) Skizzieren Sie das Richtungsfeld (Isoklinen) der Differentialgleichung

$$y' = x^2 - y.$$

## Ergebnisse der Klausur vom 30. Januar 2012

**Aufgabe 1:** Das Rotationsvolumen beträgt  $V_x = \frac{32}{5}\pi [VE]$ .

**Aufgabe 2:** Die gesuchte Mantelfläche hat eine Größe von  $M_x \approx 162,283 [FE]$ .

**Aufgabe 3:** z.B.  $\vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ .

**Aufgabe 4:** a) Zwei Ebenen im  $\mathbb{R}^3$  können identisch sein, parallel liegen oder sich schneiden.

b)  $E$  und  $H$  schneiden sich in der Geraden

$$g_S: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (\lambda \in \mathbb{R})$$

unter einem Winkel von  $\varphi \approx 43^\circ$ .

**Aufgabe 5:** a)  $\det(A) = -\frac{1}{16}$  und  $A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -6 \\ 4 & 0 & 8 \\ -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ .

b)  $\det(B_{(32)}) = \det \begin{pmatrix} 1 & 3 & -4 \\ -1 & 1 & 0 \\ 3 & 3 & -1 \end{pmatrix} = 20$

**Aufgabe 6:** Minimum bei  $T(1|0|-\frac{8}{3})$  und Sattelpunkte bei  $S(-1|0|\frac{8}{3})$ .

**Aufgabe 7:** a) Lösungsgesamtheit:  $y(x) = (c - \frac{1}{2}x^2)^2 + 1$   
mit  $c, x \in \mathbb{R}$  so, dass  $(c - \frac{1}{2}x^2)^2 \geq 0$

b) —