Fachhochschule Aachen
Fachbereich Bauingenieurwesen

Aachen, den 9. Juli 2012

Mathematik 2 für Bauingenieure

Aufgabe 1: (5)

Durch die Funktionen $f(x) = 2$, $g(x) = \mathrm{e}^x$ und $h(x) = x^3$ mit jeweils $x \in \mathbb{R}$ und die y-Achse wird eine Fläche begrenzt. Skizzieren Sie diese Fläche und berechnen Sie ihren Inhalt.

Aufgabe 2: (5)

Gegeben sei die Funktion $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - 2$ im Intervall $I = [0; \sqrt{18}]$. Berechnen Sie die Mantelfläche des Körpers, der durch Rotation von f um die y-Achse entsteht und skizzieren Sie den Sachverhalt.

Aufgabe 3: (2)

Gegeben seien die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -5 \end{pmatrix}$.

Bestimmen Sie einen Vektor $\vec{c}$ der sowohl auf $\vec{a}$ als auch auf $\vec{b}$ senkrecht steht. Berechnen Sie außerdem das Volumen des Körpers, der durch die Vektoren $\vec{a}$, $\vec{b}$ und $\vec{c}$ aufgespannt wird.

Aufgabe 4: (5)

Untersuchen Sie die Lagebeziehung der Geraden

$$g: \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

zu den Ebenen $E: \quad \vec{x} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = 10$ und $H: \quad \vec{x} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ -5 \end{pmatrix} = 9$.

Berechnen Sie je nach Lage den zugehörigen Abstand bzw. Schnittpunkt und Schnittwinkel.

Aufgabe 5: (3)

Gegeben sei die Matrix $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

a) Berechnen Sie die Determinante von A, indem Sie die Matrix zunächst mit elementaren Zeilenumformungen auf eine obere Dreiecksmatrix bringen und dann die Determinante berechnen.

b) Berechnen Sie die Determinante von A auschließlich durch Entwicklung nach einer Zeile oder Spalte (Entwicklungssatz von Laplace).

Aufgabe 6: (1)

Zeigen Sie, dass für die Drehmatrix $R = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix}$ gilt: $R \cdot R^T = I$.

Aufgabe 7: (5)

Berechnen Sie die kritischen Stellen der Funktion

$$f(x,y) = 4x^3 - x^3y^2 + y^2 + 2008 \qquad \text{mit} \qquad (x,y) \in \mathbb{R}^2 .$$

Untersuchen Sie, ob es sich um Extrem- oder Sattelstellen handelt und geben Sie die vollständigen Koordinaten der Punkte an.

Aufgabe 8: (4)

Bestimmen Sie die Lösungsgesamtheit der Differentialgleichung

$$y' = -\mathrm{e}^{2x} y^3 .$$

Ergebnisse der Klausur vom 9. Juli 2012

Aufgabe 1: Der Flächeninhalt beträgt $A \approx 1{,}50\ [FE]$.

Aufgabe 2: Die Mantelfläche um die y-Achse hat eine Größe von $M_y = 39\pi\ [FE]$.

Aufgabe 3: z.B. $\overrightarrow{c} = \begin{pmatrix} 3 \\ 9 \\ 6 \end{pmatrix}$ und damit $V = \left| \left[\overrightarrow{c}, \overrightarrow{a}, \overrightarrow{b} \right] \right| = 126\ [VE]$.

Aufgabe 4: g verläuft in einem Abstand von $d = \frac{1}{3}$ parallel zu E und schneidet H im Punkt $S(13|-7|1)$ unter einem Winkel von $\varphi = 7{,}9°$.

Aufgabe 5: $\det(A) = 2 \cdot 1 \cdot (-4{,}5) = -9$

Aufgabe 6: —

Aufgabe 7: f hat Sattelpunkte in $S_1(1|2|2012)$ und $S_2(1|-2|2012)$. Über den kritischen Punkt $K(0|0|2008)$ kann hier keine Aussage getroffen werden.

Aufgabe 8: Lösungsgesamtheit: $y(x) = \begin{cases} 0 & , \quad x \in \mathbb{R} \\ \pm \dfrac{1}{\sqrt{e^{2x} + c}} & , \quad x, c \in \mathbb{R} \text{ und } e^{2x} + c > 0 \end{cases}$