Fachhochschule Aachen
Fachbereich Bauingenieurwesen

Aachen, den 4. Februar 2013

Mathematik 2 für Bauingenieure

Aufgabe 1: (4)

Gegeben sei die Funktion $f(x) = \sqrt{4x \cdot \sinh(x^2+1)}$ für $x \in [0;1]$. Berechnen Sie das Rotationsvolumen V_x des Körpers K_x , der durch Rotation von f um die x-Achse entsteht und fertigen Sie eine Skizze des Rotationskörpers an.

Aufgabe 2: (5)

Gegeben sei die Funktionen $f(x) = \sqrt{x + \frac{1}{x}}$ im Intervall $I = [1;4]$. Durch Rotation um die x-Achse entsteht ein Körper K_x . Skizzieren Sie diesen Körper, bestimmen Sie seinen Schwerpunkt und vervollständigen Sie die Skizze entsprechend.

Aufgabe 3: (5)

Gegeben sei die Gerade g durch $\vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$, mit $\lambda \in \mathbb{R}$, sowie der Vektor $\vec{n} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}$ und der Punkt $Q(5|-2|3)$.

a) Berechnen Sie den Abstand zwischen der Geraden g und dem Punkt Q.

b) Bestimmen Sie eine Gleichung der Ebene E, die senkrecht zum Vektor $\vec{n}$ liegt und durch den Punkt Q verläuft.

c) Berechnen Sie Schnittpunkt und Schnittwinkel von E und g .

Aufgabe 4: (2)

Invertieren Sie die Matrix $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ und überprüfen Sie Ihr Ergebnis mittels der Probe $A \cdot A^{-1} = I$.

Aufgabe 5: (4)

Gegeben Sei das Gleichungssystem $A \cdot \overrightarrow{x} = \overrightarrow{b}$ durch

$$\begin{aligned} 2x + 4y - z &= 3 \\ -x - y + 2z &= 1 \\ x + z &= 5\,. \end{aligned}$$

a) Bestimmen Sie die Determinante der Koeffizientenmatrix A mittels Laplace, indem Sie die Matrix nach der ersten Zeile entwickeln.

b) Berechnen Sie die Lösung des Gleichungssystems mit Hilfe der Cramer'schen Regel.

Aufgabe 6: (1)

Gegeben sei die Funktion f durch $f(x,y,z) = \mathrm{e}^x \cdot z + 3xy^2$ mit $(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$.
Bestimmen Sie $\operatorname{grad} f(0,1,2)$.

Aufgabe 7: (5)

Gegeben sei die Funktion $f(x,y) = 27y - y^3 - x - \frac{1}{x}$ für $(x,y) \in \mathbb{R}^2,\ x \neq 0$.
Berechnen Sie alle kritischen Stellen der Funktion und bestimmen Sie, ob es sich um Minimal-, Maximal-, oder Sattelstellen handelt.

Aufgabe 8: (4)

Bestimmen Sie die Lösungsgesamtheit der Differentialgleichung

$$y' = \frac{4y}{x} \quad \text{mit} \quad x > 0\,.$$

Ergebnisse der Klausur vom 4. Februar 2013

Aufgabe 1: Das Volumen hat eine Größe von $V_x \approx 13{,}94\ [VE]$.

Aufgabe 2: Der Schwerpunkt liegt in $S(2{,}71|0|0)$.

Aufgabe 3:

a) $d(g,Q) = \sqrt{11}\ [LE]$

b) $E: \quad \overrightarrow{x} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix} = 4$

c) g und E schneiden sich im Punkt $S(0{,}75|5{,}5|2{,}75)$ unter einem Winkel von $\varphi = 20{,}9^\circ$.

Aufgabe 4: $A^{-1} = -\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

Aufgabe 5: a) $\det(A) = 9$ b) $\overrightarrow{x} = \frac{1}{9}\begin{pmatrix} 28 \\ -3 \\ 17 \end{pmatrix}$

Aufgabe 6: $\operatorname{grad} f(0,1,2) = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Aufgabe 7: f hat Sattelstellen in $\overrightarrow{k_1} = (-1,3)$ und $\overrightarrow{k_4} = (1,-3)$, eine Minimalstelle in $\overrightarrow{k_2} = (-1,-3)$ und eine Maximalstelle in $\overrightarrow{k_3} = (1,3)$.

Aufgabe 8: Lösungsgesamtheit: $y(x) = c \cdot x^4$ mit $c \in \mathbb{R}^{\geq 0}$ und $x \in \mathbb{R}^{>0}$

Stand: 30.11.2015