Fachhochschule Aachen
Fachbereich Bauingenieurwesen

Aachen, den 19. Juli 2013

Mathematik 2 für Bauingenieure

Aufgabe 1: (4)

Berechnen Sie den Flächeninhalt des zwischen den Kurven

$$f(x) = \frac{1}{4}x^2\,, \quad g(x) = \frac{4}{x^2} \quad (x \neq 0) \qquad \text{und} \qquad h(x) = 4$$

aufgespannten Bereichs, der den Punkt $S(0|1)$ enthält. Bestimmen Sie die Schnittpunkte der Kurven und fertigen Sie eine Skizze an.

Aufgabe 2: (5)

Gegeben sei die Funktion $f(x) = \frac{1}{16}x^2 + 1$ im Intervall $I = [0; \sqrt{32}]$. Berechnen Sie die Mantelfläche des Körpers, der durch Rotation von f um die y-Achse entsteht und skizzieren Sie den Sachverhalt.

Aufgabe 3: (5)

Gegeben seien die Vektoren $\quad \vec{a} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix}$ und $\vec{c} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

a) Geben Sie eine parameterfreie Gleichung der Ebene an, die den Punkt $A(1|-1|1)$ enthält und von $\vec{b}$ und $\vec{c}$ aufgespannt wird.

b) Geben Sie eine Parameterform der Ebene an, die den Punkt $A(1|-1|1)$ enthält und von $\vec{a}$ und $\vec{b}$ aufgespannt wird.

c) Geben Sie eine Gleichung der Schnittgeraden der Ebenen aus a) und b) an.

d) Berechnen Sie das Spatprodukt der Vektoren $\vec{a}$, $\vec{b}$ und $\vec{c}$ und ermitteln Sie, ob die Vektoren in dieser Reihenfolge ein Links- oder Rechtssystem bilden.

Aufgabe 4: (3)

Berechnen Sie mit Hilfe des Falk-Schemas das Matrixprodukt $A \cdot B$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} .$$

Welche Dimension muss eine Matrix C haben, wenn $B \cdot C$ eine $(2x1)$-Matrix ist?

Aufgabe 5: (4)

Gegeben sei die Matrix $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -2 & 4 & 6 \\ 1 & 4 & 1 \end{pmatrix}$.

Berechnen Sie die Inverse Matrix A^{-1} mit Hilfe des Gauß-Jordan-Algorithmus.

Aufgabe 6: (5)

Gegeben sei die Funktion

$$f(x,y) = 3x^2y + 4y^3 - 3x^2 - 12y^2 + 2013 \qquad \text{mit} \qquad (x,y) \in \mathbb{R}^2 .$$

Bestimmen Sie alle Extrem- und Sattelstellen dieser Funktion. Untersuchen Sie im Falle einer Extremstelle, ob dort ein Minimum oder Maximum vorliegt.
(Die Funktionswerte an den kritischen Stellen brauchen nicht angegeben zu werden.)

Aufgabe 7: (4)

Gegeben sei die Differentialgleichung

$$y' - yx\sin(x^2) + y = 0 .$$

Bestimmen Sie ihre Lösungsgesamtheit.
Hinweis: Die typische Form einer separablen DGL ergibt sich durch entsprechendes Umformen.

Ergebnisse der Klausur vom 19. Juli 2012

Aufgabe 1: Der Flächeninhalt beträgt $A \approx 10,67\ [FE]$.

Aufgabe 2: Die Mantelfläche von K_y hat eine Größe von $M_y = 112,21\ [FE]$.

Aufgabe 3:

a) $E_a: \quad \vec{x} \cdot \begin{pmatrix} -9 \\ -16 \\ 5 \end{pmatrix} = 2$

b) $E_b: \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix} \quad (\lambda, \mu \in \mathbb{R})$

c) $g_S: \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix} \quad (\lambda \in \mathbb{R})$

d) $\left[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\right] = -50 < 0 \quad \Rightarrow$ Es handelt sich um ein Linkssystem.

Aufgabe 4:

1. $AB = \begin{pmatrix} 7 & -1 & 3 \\ 2 & 9 & 12 \end{pmatrix}$
2. C muss eine $(3x1)$-Matrix sein.

Aufgabe 5: $A^{-1} = \frac{1}{16} \begin{pmatrix} 20 & -7 & 2 \\ -8 & 2 & 4 \\ -12 & 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,25 & -0,4375 & 0,125 \\ -0,5 & 0,125 & 0,25 \\ 0,75 & -0,0625 & -0,125 \end{pmatrix}$

Aufgabe 6: f besitzt eine Maximalstelle in $\vec{k_1} = (0,0)$, eine Minimalstelle in $\vec{k_2} = (0,2)$ sowie Sattelstellen in $\vec{k_3} = (2,1)$ und $\vec{k_4} = (-2,1)$.

Aufgabe 8: Lösungsgesamtheit: $y(x) = c \cdot \mathrm{e}^{-\frac{1}{2}\cos(x^2) - x}$ mit $x, c \in \mathbb{R}$

Stand: 25.01.2018