FH AACHEN UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Fachbereich Bauingenieurwesen

Mathematik 2 für Bauingenieure

Prof. Dr.-Ing. P. Sparla

12. September 2014

Aufgabe 1: (5)

Gegeben ist die Funktion f für x aus dem Intervall I durch

$$f(x) = \frac{1}{4}x^2 + 1 \quad , \quad I = [0; \sqrt{12}] \, .$$

Bestimmen Sie die Mantelfläch des Körpers K_y, der durch Rotation des Graphen von f um die y-Achse entsteht.

Aufgabe 2: (5)

Die Funktionen $f(x) = -x^2 + 4$ und $g(x) = x + 2$ mit $x \in \mathbb{R}$ schließen eine Fläche ein. Berechnen Sie die Koordinaten des Schwerpunktes dieser Fläche.

Aufgabe 3: (4)

Gegeben sind die Geraden g und h mit $r, s \in \mathbb{R}$ durch

$$g: \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad h: \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \, .$$

Bestimmen Sie die Lage von g und h zueinander. (Begründung!)
Berechnen Sie den Schnittwinkel der beiden Geraden sowie eine parameterfreie Gleichung der Ebene, die von g und h aufgespannt wird, falls sich die Geraden schneiden.

Aufgabe 4: (2)

Gegeben sind die sich schneidenden Ebenen

$$E: \quad \vec{x} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = 3 \quad \text{und} \quad H: \quad \vec{x} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} = 6 \, .$$

Des Weiteren sind von einem gemeinsamen Punkt $P(x_1|x_2|x_3)$ die Koordinaten $x_1 = -5$ und $x_2 = 1$ bekannt.
Bestimmen Sie eine Gleichung der Schnittgeraden von E und H.

Aufgabe 5: (5)

Gegeben ist die Matrix D durch $D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0,5 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 0,5 \end{pmatrix}$.

Berechnen Sie die Determinante von D, das Matrizenprodukt DD^T und die Inverse der Matrix D. (Das Verfahren kann frei gewählt werden.) Überprüfen Sie Ihr Ergebnis auf Richtigkeit.

Aufgabe 6: (2)

Skizzieren Sie das Richtungsfeld (Isoklinen) der Differentialgleichung $y' = x + y$.

Aufgabe 7: (5)

Gegeben ist die Funktion $f(x,y) = 4x^2 - x^2y + 2y^2$ für $(x,y) \in \mathbb{R}^2$.
Berechnen Sie alle kritischen Stellen der Funktion und bestimmen Sie, ob es sich um Minimal-, Maximal- oder Sattelstellen handelt. Geben Sie auch die Funktionswerte der kritischen Stellen an.

Aufgabe 8: (2)

Gegeben ist die Funktion $f(x,y) = 3y\mathrm{e}^{xy} + 2xy - y$ für $(x,y) \in \mathbb{R}^2$.
Bestimmen Sie $\operatorname{grad} f(2,1)$.

Ergebnisse der Klausur vom 26. September 2014

Aufgabe 1: Die Mantelfläche besitzt ein Größe von $M_y \approx 58,64\ [FE]$.

Aufgabe 2: Der Schwerpunkt liegt in $S(-0,5|2,4)$.

Aufgabe 3: Die Geraden g und h verlaufen windschief.

Aufgabe 4: Die Schnittgerade ist gegeben durch

$$g: \quad \overrightarrow{x} = \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad (s \in \mathbb{R})$$

Aufgabe 5: 1. $\det(D) = 0,5$ 2. $DD^T = \begin{pmatrix} 5,25 & 5,5 & -1,75 \\ 5,5 & 6 & -1,5 \\ -1,75 & -1,5 & 1,25 \end{pmatrix}$

3. $D^{-1} = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \\ -2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

Aufgabe 6: (Die Skizze kann derzeit nicht gedruckt werden. Sie können sie aber jederzeit im Büro von Frau Bauer einsehen.)

Aufgabe 7: f hat Sattelpunkte in $S_1(4|4|32)$ und $S_2(-4|4|32)$
und ein Minimum in $T(0|0|0)$.

Aufgabe 8: $\operatorname{grad} f(2,1) = \begin{pmatrix} 3\mathrm{e}^2 + 2 \\ 9\mathrm{e}^2 + 3 \end{pmatrix}$