FH AACHEN
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Fachbereich Bauingenieurwesen

Mathematik 2 für Bauingenieure

Prof. Dr.-Ing. P. Sparla

3. Februar 2014

Aufgabe 1: (5)

Für eine Absperrung wurde eine Kette zwischen zwei gleichhohen Pollern befestigt. Die dabei entstandene „Kettenlinie“ lässt sich wie folgt beschreiben:

$$f(x) = a \cdot \cosh\left(\frac{x}{a}\right) , \quad I = [-5; 5] .$$

Berechnen Sie die Bogenlänge der Funktion f im Intervall I für den Fall, dass der Parameter $a = 2$ ist.

Hinweis: $\cosh^2(t) - \sinh^2(t) = 1$

Aufgabe 2: (5)

Gegeben sind die Funktionen

$$f(x) = \left|\frac{x}{2}\right| , \quad g(x) = 2 \qquad \text{und} \qquad h(x) = \frac{2}{x^2} .$$

Fertigen Sie eine Skizze an, in der sich alle drei Funktionen in einem Koordinatensystem befinden. Berechnen Sie den Flächeninhalt, der durch alle drei Funktionen begrenzt wird.
(Der Nachweis ALLER Schnittpunktberechnungen muss erbracht werden!!!)

Aufgabe 3: (3)

Gegeben seien die Funktionen

$$f(x) = 1 - (x-1)^2 \quad \text{und} \quad h(x) = -\sqrt{1-(x-1)^2} .$$

Skizzieren sie die Funktionen Im Intervall $[0;2]$.
Die Fläche zwischen den beiden Funktionen hat eine Größe von $2,9\,[FE]$ und x_S hat den Wert 1. Berechnen Sie den zugehörigen y_S- Wert des Schwerpunktes.

Aufgabe 4: (2)

Gegeben ist die Matrix $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & -3 \\ 1 & -2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

a) Berechnen Sie $A \cdot A^T$.

b) Welche Eigenschaft hat die Matrix $A \cdot A^T$.

Aufgabe 5: (3)

Gegeben ist die Matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

a) Bringen Sie A mit Hilfe von elementaren Zeilen- und Spaltenoperationen in obere Dreiecksform.

b) Berechen Sie die Determinante von A.

Aufgabe 6: (4)

Gegeben sind die Punkte $A(3|-2|1)$, $B(3|3|1)$ und $C(6|3|5)$.

a) Stellen Sie die Gleichung der Ebene E durch die drei Punkte in Normalform auf.

b) Begründen Sie folgende Aussage durch eine Rechnung:
Ein weiterer Punkt D kann so gewählt werden, dass das Viereck $ABCD$ ein Quadrat ist.
Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes D.

c) Weiterhin sei eine Gerade g durch $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 9{,}5 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix}$ gegeben.

Zeigen Sie, dass die Gerade g parallel zur Ebene E verläuft.

d) Berechnen Sie den Abstand der Geraden g zur Ebene E.

Aufgabe 7: (4)

Gegeben ist die Funktion $f(x,y) = 2x^2y + 4xy - 3y^2$ für $(x,y) \in \mathbb{R}^2$.
Berechnen Sie alle kritischen Stellen der Funktion und bestimmen Sie, ob es sich um Minimal-, Maximal- oder Sattelstellen handelt.

Aufgabe 8: (4)

Gegeben ist die Differentialgleichung $y'x^3 = 2y - 3$.
Bestimmen Sie die Lösungsgesamtheit.

Hinweis: Die Typische Form einer separablen DGL ergibt sich durch entsprechendes Umformen.

Ergebnisse der Klausur vom 3. Februar 2014

Aufgabe 1: Der Bogen hat eine Länge von $s \approx 24{,}2\ [LE]$.

Aufgabe 2: Die Fläche hat eine Größe von $A \approx 4{,}22\ [FE]$.

Aufgabe 3: Die $y-$Koordinate hat den Wert $y_S \approx -0{,}046$.

Aufgabe 4: a) $A \cdot A^T = \begin{pmatrix} 11 & 5 & 3 \\ 5 & 18 & -8 \\ 3 & -8 & 9 \end{pmatrix}$

b) $A \cdot A^T$ ist eine symmetrische (3x3)-Matrix.

Aufgabe 5: a) obere Dreiecksmatrix: $D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{8}{5} \end{pmatrix}$

b) $\det(A) = \det(D) = 8$

Aufgabe 6: a) $E: \quad \overrightarrow{x} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} = 9$

b) Die Vektoren $\overrightarrow{AB}$ und $\overrightarrow{BC}$ haben die gleiche Länge und sie spannen einen Winkel von $\varphi = 90^\circ$ auf.
Mit $D(6|-2|5)$ bilden $ABCD$ ein Viereck.

c) — ($\overrightarrow{r_g}$ und $\overrightarrow{n_E}$ stehen senkrecht aufeinander.)

d) Der Abstand beträgt $d(g,E) = 7{,}5\ [LE]$.

Aufgabe 7: f hat Sattelstellen in $\overrightarrow{k_1} = (0,0)$ und $\overrightarrow{k_2} = (-2,0)$
und eine Maximalstelle in $\overrightarrow{k_3} = \left(-1, -\frac{1}{3}\right)$.

Aufgabe 8: Lösungsgesamtheit: $y(x) = \frac{3}{2} + C\mathrm{e}^{\frac{-1}{x^2}}$ mit $x, C \in \mathbb{R}$

Stand: 12.01.2016