Fachbereich Bauingenieurwesen

Mathematik 2 für Bauingenieure

Prof. Dr.-Ing. P. Sparla

2. Oktober 2015

FH AACHEN
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Aufgabe 1: (5)

Für $x > 1$ schließen die Funktionen f, g und h, gegeben durch

$$f(x) = x^2 - 1\,, \quad g(x) = x + 1 \quad \text{und} \quad h(x) = \frac{1}{x-1}\,,$$

eine Fläche ein. Skizzieren Sie diese Fläche und berechnen Sie ihren Inhalt.

Aufgabe 2: (4)

Gegeben ist die Funktion $f(x) = \dfrac{2}{3-x}$ für $x \in \left[\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right]$. Durch Rotation um die $y-$Achse entsteht der Körper K_y. Skizzieren Sie K_y und berechnen Sie das zugehörige Volumen V_y.

Aufgabe 3: (2)

Gegeben sind die Punkte $A(3|-1|-2)$, $B(0|1|-3)$, $C(-3|3|z_c)$ und $D(-1|0|8)$.

a) Bestimmen Sie die Komponente z_c so, dass A, B und C auf einer Gerade g liegen.

b) Geben Sie eine Ebene E an, die senkrecht zur Geraden g aus a) verläuft und den Punkt D beinhaltet.

Aufgabe 4: (5)

Gegeben sind die Punkte P_1, P_2, P_3 sowie die Ebene E durch

$$P_1(5|-5|-6)\,, \; P_2(-1|0|2)\,, \; P_3(1|-2|-2) \quad \text{und} \quad E: \quad \vec{x} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix} = -6\,.$$

a) P_1, P_2 und P_3 liegen in einer Ebene H. Geben Sie eine parameterfreie Gleichung dieser Ebene an.

b) Überprüfen Sie die Lage der Ebenen E und H und berechnen Sie entsprechend Schnittgerade und Schnittwinkel bzw. den Abstand der beiden Ebenen.

Aufgabe 5: (4)

Gegeben sind die Matrix A und der Vektor $\overrightarrow{b}$ durch

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 2 & 5 & -9 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie die Inverse zu A und lösen Sie damit das Gleichungssystem $A \cdot \overrightarrow{x} = \overrightarrow{b}$.

Aufgabe 6: (5)

Gegeben ist die Funktion $f(x,y) = x^2 - 2xy^2 + y^2$ für $(x,y) \in \mathbb{R}^2$. Berechnen Sie alle kritischen Stellen und bestimmen Sie, ob es sich um Sattel-, Minimal- oder Maximalpunkte handelt.

Aufgabe 7: (2)

Gegeben ist die Differentialgleichung $y' + \frac{y}{x} + xy^2 = 0$ mit $x \neq 0$.

Prüfen Sie, ob $y(x^2 + Cx) = 1$ mit $x \in \mathbb{R} \setminus \{0; -C\}$, $C \in \mathbb{R}$ eine Lösung dieser Differentialgleichung ist.

Aufgabe 8: (3)

Berechnen Sie die Lösungsgesamtheit der Differentialgleichung

$$xy' - (3 + 3x^2)y = 0 \quad \text{für} \quad x < 0 .$$

Ergebnisse der Klausur vom 2. Oktober 2015

Aufgabe 1: Die Fläche besitzt ein Größe von $A \approx 0{,}31\ [FE]$.

Aufgabe 2: Das gesuchte Volumen hat eine Größe von $V_y \approx 40{,}28\ [VE]$.

Aufgabe 3:

a) Mit $z_c = -4$ liegen alle 3 Punkte auf einer Geraden.

b) $E: \quad \vec{x} \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = -5$

Aufgabe 4:

a) $H: \quad \vec{x} \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ -8 \\ 2 \end{pmatrix} = 8$

b) E und H schneiden sich unter einem Winkel von $\varphi \approx 101{,}0^\circ$.

Die Schnittgerade ist gegeben durch (z.B.)

$$g: \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \quad (\lambda \in \mathbb{R})\,.$$

Aufgabe 5: $A^{-1} = \begin{pmatrix} 19 & -8 & 2 \\ 5 & -2 & 1 \\ 7 & -3 & 1 \end{pmatrix}$ und damit $\vec{x} = A^{-1} \cdot \vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$

Aufgabe 6: f hat Sattelpunkte in $S_1\left(\frac{1}{2}\middle|\frac{1}{\sqrt{2}}\middle|\frac{1}{4}\right)$ und $S_2\left(\frac{1}{2}\middle|-\frac{1}{\sqrt{2}}\middle|\frac{1}{4}\right)$
sowie eine Minimum in $T\,(0|0|0)$.

Aufgabe 7: $y(x^2 + Cx) = 1$ ist Lösung der Differentialgleichung.

Aufgabe 8: Die Lösungsgesamtheit der DGL lautet:

$y(x) = C \cdot \mathrm{e}^{3\left(\ln|x| + \frac{1}{2}x^2\right)}$ mit $x, c \in \mathbb{R}$

Stand: 7.12.2015