Fachbereich Bauingenieurwesen

Mathematik 2 für Bauingenieure

Prof. Dr.-Ing. P. Sparla

2. Februar 2015

FH AACHEN
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Aufgabe 1: (6)

Gegeben ist die Funktion $f(x) = x^2 + x$ für $x \in \mathbb{R}$.

a) Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die von f, der y-Achse, der Parallelen zur x-Achse durch $y = 6$ und der Exponentialfunktion $g(x) = e^{2x}$ eingeschlossen wird.
Fertigen Sie eine Skizze des Sachverhaltes an.

b) Bestimmen Sie das Rotationsvolumen des Körpers K_x, der durch Rotation von f um die x-Achse im Intervall $I = [0;2]$ entsteht.

Aufgabe 2: (2)

Berechnen Sie die Bogenlänge der Funktion $f(x) = \frac{2}{3}(x-1)^{\frac{3}{2}}$ im Intervall $I = [4;9]$.

Aufgabe 3: (6)

Gegeben sind die Ebene E und die Geraden g durch

$$E: \quad \vec{x} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} = 17 \qquad \text{und} \qquad g: \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{mit } \lambda \in \mathbb{R}.$$

a) Überprüfen sie die Lage von E und g zueinander und berechnen Sie je nach Lage Schnittpunkt, Schnittwinkel bzw. den Abstand von E und g.

b) Bestimmen Sie eine Ebene H durch den Punkt $A(1|-2|1)$ der Geraden g, die parallel zu E verläuft und berechnen Sie den Abstand von H zu E.

c) Bestimmen Sie eine Gerade h, die senkrecht auf E und H steht.

Aufgabe 4: (2)

Skizzieren Sie das Richtungsfeld (Isoklinen) der Differentialgleichung $y' = x^2 y$.

Aufgabe 5: (4)

Berechnen Sie die Lösung der Differentialgleichung $y' = 2xy + 3x$.

Aufgabe 6: (2)

Gegeben sind die Matrizen A und B durch

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 & 3 \\ 0 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -3 & -2 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 \\ 2 & 0 & -1 & 0 \\ -3 & 0 & -2 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

a) Berechnen Sie die Determinante von A.

b) Wie lautet die Determinante von B?

Aufgabe 7: (3)

Gegeben ist die Matrix M durch $M = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -4 & 3 \\ 0 & -2 & 3 \end{pmatrix}$. Bestimmen Sie die zu M inverse Matrix M^{-1}.

Aufgabe 8: (5)

Gegeben ist die Funktion f durch

$$f(x,y) = 3x^2y + 4y^3 - 3x^2 - 12y^2 \quad \text{für} \quad (x,y) \in \mathbb{R}^2 .$$

Berechnen Sie alle Extrem- und Sattelpunkte dieser Funktion. Untersuchen Sie im Falle eines Extrempunktes, ob es sich um ein Minimum oder Maximum handelt.

Ergebnisse der Klausur vom 2. Februar 2015

Aufgabe 1: a) Die Fläche besitzt ein Größe von $A \approx 4{,}45\ [FE]$.

b) Das Rotationsvolumen hat eine Größe von $V_x \approx 53{,}63\ [VE]$.

Aufgabe 2: Der gesuchte Funktionsabschnitt hat eine Länge von $s \approx 12{,}67\ [LE]$.

Aufgabe 3: a) Die Ebene E und die Gerade g schneiden sich im Punkt $S(5|4|-3)$ unter einem Winkel von $\varphi \approx 54{,}1°$.

b) Die gesuchte Ebene H hat zur Ebene E einen Abstand von $d(H,E) \approx 6{,}66\ [LE]$ und ist gegeben durch

$$H: \quad \vec{x} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} = -7\,.$$

c) $h: \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ mit $\lambda \in \mathbb{R}$ (z.B.)

Aufgabe 4: (Die Skizze ist derzeit nicht darstellbar, kann aber im Büro von Frau Bauer eingesehen werden.)

Aufgabe 5: Die Lösung der DGL lautet: $y(x) = -\frac{3}{2} + C\mathrm{e}^{x^2}$ mit $C \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 6: a) $\det(A) = 30$ b) $\det(B) = -30$

Aufgabe 7: $M^{-1} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 6 & -1 & -1 \\ 6 & -3 & 1 \\ 4 & -2 & 2 \end{pmatrix}$

Aufgabe 8: f hat Sattelpunkte in $S_1(2|1|-8)$ und $S_2(-2|1|-8)$, ein Maximum in $H(0|0|0)$ und ein Minimum in $T(0|2|-16)$.

Stand: 30.06.2015