Fachbereich Bauingenieurwesen

Mathematik 2 für Bauingenieure

Prof. Dr.-Ing. P. Sparla

24. Juli 2015

FH AACHEN
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Aufgabe 1: (5)

Die Funktionen f, g und h, gegeben durch

$$f(x) = \frac{-1}{x+1} \quad (x \neq -1), \quad g(x) = \sqrt{x} \quad (x \geq 0) \quad \text{und} \quad h(x) = -\frac{4}{3}x + \frac{7}{3} \quad (x \in \mathbb{R}),$$

schließen zusammen mit der y-Achse eine Fläche ein. Skizzieren Sie diese Fläche und berechnen Sie ihren Inhalt. Die notwendigen Schnittpunkte sind dabei ebenfalls zu berechnen und nicht aus der Skizze abzulesen.

Aufgabe 2: (4)

Die Funktionen $f(x) = x^2 + 1$ und $g(x) = -x^2 - 1$ schließen auf dem Intervall $I = [0;2]$ eine Fläche ein. Bestimmen Sie den Schwerpunkt dieser Fläche.

Aufgabe 3: (4)

Gegeben ist folgendes Gleichungssystem:

$$\begin{aligned} 2x_1 - 3x_2 - 2x_3 - 4 &= 0 \\ x_1 - 2x_3 - 6 &= 0 \\ 4x_1 - 5x_2 + x_3 - 5 &= 0 \end{aligned} \quad .$$

Geben Sie das Gleichungssystem in Matrizenschreibweise an und bestimmen Sie mittels Cramerscher Regel die Lösung.

Aufgabe 4: (1)

Geben Sie eine (3x3)-Matrix M mit $\det(M) = 3$ an.

Aufgabe 5: (2)

Gegeben sind die Punkte $A(1|0|-2)$, $B(3|-1|2)$, $C(0|1|-3)$ und $D(-1|y_D|-9)$. Bestimmen Sie y_D so, dass alle vier Punkte in einer Ebene liegen.

Aufgabe 6: (5)

Die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ sind gegeben durch: $\vec{a} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$.

a) Wie groß ist der Flächeninhalt des durch $\vec{a}$ und $\vec{b}$ aufgespannten Parallelogramms.

b) Zusammen mit dem Punkt $P(1|0|1)$ definieren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ eine Ebene. Bestimmen Sie eine parameterfreie Form dieser Ebene.

c) Berechnen Sie den Schnittpunkt sowie den Schnittwinkel von E und g gegeben durch

$$E: \quad \vec{x} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix} = 1 \qquad \text{und} \qquad g: \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad (\lambda \in \mathbb{R}).$$

d) Der Richtungsvektor der Geraden g aus c) spannt zusammen mit den Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ einen Spat auf. Wie groß ist sein Volumen?

Aufgabe 7: (3)

Gegeben ist die Funktion $f(x,y) = \frac{1}{6}x^3 - x + \frac{1}{4}xy^2$ für $(x,y) \in \mathbb{R}^2$. Bestimmen Sie alle kritischen Stellen und geben Sie an, ob es sich um Sattel-, Minimal- oder Maximalstellen handelt.

Aufgabe 8: (2)

Prüfen Sie, ob die Funktion $y(x) = x\,(e^{x^2} + c)$ mit $c, x \in \mathbb{R}$ und $x \neq 0$ eine Lösung der Differentialgleichung $y' = \frac{y}{x} + 2x^2 e^{x^2}$ ist.

Aufgabe 9: (4)

Berechnen Sie die Lösungsgesamtheit der Differentialgleichung $y\,y' = e^{-y^2}$.

Ergebnisse der Klausur vom 24. Juli 2015

Aufgabe 1: Die Fläche besitzt ein Größe von $A \approx 2{,}10\ [FE]$.

Aufgabe 2: Der Schwerpunkt hat die Koordinaten $S(1{,}29|0)$.

Aufgabe 3: Die Lösung lautet: $\overrightarrow{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$

Aufgabe 4: z.B.: $M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Aufgabe 5: Mit $y_D = -\frac{1}{2}$ liegen alle 4 Punkte in einer Ebene.

Aufgabe 6:

a) Der Flächeninhalt des Parallelogramms beträgt $A \approx 17{,}49\ [FE]$.

b) $E: \quad \overrightarrow{x} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix} = 1$.

c) E und g schneiden sich im Punkt $S(1|-4|-3)$ unter einem Winkel von $\varphi = 13{,}3^\circ$.

d) Das Volumen des Spats beträgt $V = 9\ [VE]$.

Aufgabe 7: f hat Sattelstellen in $\overrightarrow{k_{1/2}} = (0, \pm 2)$ eine Minimalstelle in $\overrightarrow{k_3} = (\sqrt{2}, 0)$ sowie eine Maximalstelle in $\overrightarrow{k_4} = (-\sqrt{2}, 0)$.

Aufgabe 8: y ist Lösung der Differentialgleichung.

Aufgabe 9: Die Lösung der DGL lautet:
$y(x) = \pm\sqrt{\ln(2x+c)}$ mit $x, c \in \mathbb{R}$ so, dass $2x + c \geq 1$

Stand: 28.02.2016