

Fachbereich Bauingenieurwesen
Mathematik 2

Prof. Dr.-Ing. P. Sparla
31. Juli 2020

Aufgabe 1: (1)

Wodurch sind reelle Vektoren (im \mathbb{R}^3) definiert?

Aufgabe 2: (1)

Bestimmen Sie einen Vektor \vec{c} , der senkrecht auf den Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \text{steht.}$$

Aufgabe 3: (4)

Gegeben seien die Punkte $P_1(-1|1|-4)$ und $P_2(2|2|-2)$

sowie die Ebene E durch $E: \vec{x} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} = 11$.

- a) Bestimmen Sie die Gerade g durch die Punkte P_1 und P_2 .
- b) Überprüfen Sie die prinzipielle Lage dieser Geraden g zur Ebene E . Berechnen Sie anschließend - je nach Lage - den Abstand von g zu E bzw. Schnittpunkt und -winkel von g zu E .

Aufgabe 4: (1)

- a) Was ist die Dimension einer Matrix?
- b) Geben Sie ein Beispiel für eine (3×3) -Diagonalmatrix an.

Aufgabe 5: (5)

Gegeben sei das Gleichungssystem $A \cdot \vec{x} = \vec{b}$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -3 \\ -1 & 1 & 1 \\ 3 & -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}.$$

- Berechnen Sie die Inverse A^{-1} der Matrix A mit Hilfe der Adjunkten. Geben Sie dabei auch alle Unterdeterminanten sowie die Kofaktormatrix an.
- Überprüfen Sie Ihr Ergebnis aus a) durch die Rechnung $A \cdot A^{-1} = I$.
- Berechnen Sie die Lösung des Gleichungssystems mit Hilfe der Inversen A^{-1} .
- Kontrollieren Sie das Ergebnis, in dem Sie eine Probe machen.

Aufgabe 6: (1)

Sei f eine auf dem Intervall $[a, b]$ definierte Funktion. Unter welchen Bedingungen errechnet man durch das bestimmte Integral $I = \int_a^b f(x) dx$ den Flächeninhalt der Fläche zwischen der Funktion f und der x -Achse im Bereich $[a, b]$?

Aufgabe 7: (5)

Für $x \leq -0.5$ schließen die drei Funktionen

$$f(x) = -x + 1, \quad g(x) = x^2 - 1 \quad \text{und} \quad h(x) = \frac{-1}{x+1} \quad (x \neq -1)$$

eine Fläche ein.

Berechnen Sie die Schnittpunkte der Funktionen, fertigen Sie eine Skizze des Sachverhaltes an und berechnen Sie den Flächeninhalt dieser beschriebenen Fläche.

Aufgabe 8: (5)

Gegeben seien die Funktionen

$$f(x) = x^3 - 1 \quad \text{und} \quad g(x) = -x^3 + 1 \quad \text{für} \quad x \in [-1; 1].$$

Bestimmen Sie den Schwerpunkt der Fläche, die in diesem Bereich von f und g begrenzt wird, und fertigen Sie eine Skizze des Sachverhaltes an.

Aufgabe 9: (2)

Bestimmen Sie den Gradienten der Funktion

$$f(x, y, z) = \sinh(x) \cdot e^y + 4x \cdot \cosh(y) + z^2 \quad \text{mit} \quad (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$$

und berechnen Sie $\text{grad}f(0, 0, 1)$.

Aufgabe 10: (5)

Berechnen Sie die Kritischen Stellen der Funktion

$$f(x, y) = 4x^2 - xy^2 + y^2 + 2020 \quad \text{für} \quad (x, y) \in \mathbb{R}^2.$$

Untersuchen Sie, ob es sich dabei um Sattel-, Minimal- oder Maximalstellen handelt und geben Sie die vollständigen Punkte an.

Hinweis:

Während der Prüfung werden keine inhaltlichen Fragen zu Klausuraufgaben beantwortet. Sollten Sie ein Problem mit einer Aufgabe haben und nicht weiterkommen, treffen Sie eine sinnvolle Annahme und erläutern Sie diese, falls nötig, um die Aufgabe lösen zu können. Bei der Korrektur kann dann entschieden werden, wie dies zu bewerten ist.

Viel Erfolg!