

## 2.3 Die fünf klassischen und charakteristischen Abhängigkeiten einer Beschleunigung (in kartesischen Koordinaten)

Lernziele:

- Die Bestimmung des Geschwindigkeit/Zeit-Gesetztes und des Weg/Zeit-Gesetztes über den Weg der Integration
- Das Werkzeug „Trennung der Variablen“
- Die unterschiedlichen Physikalischen Abhängigkeiten der Beschleunigung
- Die Beschleunigung als mathematische/ mechanische Initialgröße

Die Beschleunigung kann neben der Konstanz (Fall 1 und 2) von unterschiedlichen physikalischen Größen abhängen, wie z. B. Zeit, Geschwindigkeit und Weg. Hieraus ergeben sich unterschiedliche mathematische Wege zur Bestimmung des Geschwindigkeit/Zeit-Gesetztes und des Weg/Zeit-Gesetztes. Wir unterscheiden hier im Rahmen der Vorlesung fünf Fälle dieser Abhängigkeit:

Fall 1:	Beschleunigung ist gleich 0 ( <i>Newton'sches Gleichgewicht</i> )	$a = 0$
Fall 2:	Beschleunigung ist konstant ( <i>z.B. Erdbeschleunigung</i> )	$a = \text{const.}$
Fall 3:	Beschleunigung ist anhängig von der Zeit ( <i>geplante Beschleunigung, rel. trivialer Fall</i> )	$a = a(t)$
Fall 4:	Beschleunigung ist anhängig von der Geschwindigkeit ( <i>bzw. Verzögerung; i.d.R. bei Strömungswiderständen</i> )	$a = a(v)$
Fall 5:	Beschleunigung ist anhängig von dem Weg ( <i>z.B. bei Verbindung zu Systemen</i> )	$a = a(x)$

Beschleunigung	Trennung der Variablen	Geschwindigkeit	Trennung der Variablen	Weg
<b>Fall 1:</b> $\mathbf{a} = \mathbf{0}$	$a = \frac{dv}{dt} = 0$	$v = \text{const} = v_0$	$v(t) = \frac{dx}{dt} \rightarrow dx = v(t) dt$	$\int_{x_0}^x dx = \int_{t_0}^t v_0 dt \rightarrow x(t) = x_0 + v_0(t - t_0)$
<b>Fall 2:</b> $\mathbf{a} = \mathbf{a}_0$	$a_0 = \frac{dv}{dt} \rightarrow dv = a_0 dt$	$\int_{v_0}^v dv = \int_{t_0}^t a_0 dt \rightarrow v(t) = v_0 + a_0 t$	$v(t) = \frac{dx}{dt} \rightarrow dx = v(t) dt$	$\int_{x_0}^x dx = \int_{t_0}^t v(t) dt \rightarrow x(t) = x_0 + v_0 t + a_0 \frac{t^2}{2}$ für $t_0 = 0$
<b>Fall 3:</b> in Abhängigkeit von der Zeit $\mathbf{a} = \mathbf{a}(t)$	$a(t) = \frac{dv}{dt} \rightarrow dv = a(t) dt$	$\int_{v_0}^v dv = \int_{t_0}^t a(t) dt \rightarrow v(t) = v_0 + \int_{t_0}^t a(t) dt$	$v(t) = \frac{dx}{dt} \rightarrow dx = v(t) dt$	$\int_{x_0}^x dx = \int_{t_0}^t v(t) dt \rightarrow x(t) = x_0 + \int_{t_0}^t v(t) dt$
<b>Fall 4:</b> in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit $\mathbf{a} = \mathbf{a}(v)$	$a(v) = \frac{dv}{dt} \rightarrow dt = \frac{dv}{a(v)}$	$\int_{t_0}^t dt = \int_{v_0}^v \frac{dv}{a(v)} \rightarrow t(v) = t_0 + \int_{v_0}^v \frac{dv}{a(v)} = f_1(v)$ <i>Umkehrfunktion bilden:</i> $v_{(t)} = \vec{f}_1(t)$	$v(t) = \frac{dx}{dt} \rightarrow dx = v(t) dt$	$\int_{x_0}^x dx = \int_{t_0}^t v(t) dt \rightarrow x(t) = x_0 + \int_{t_0}^t \vec{f}_1(t) dt$
<b>Fall 5:</b> in Abhängigkeit vom Ort $\mathbf{a} = \mathbf{a}(x)$	$a(x) = \frac{dv}{dt} \frac{dx}{dx} = \frac{dv}{dx} v$ $\rightarrow v dv = a(x) dx$	$\frac{1}{2} v^2 = \frac{1}{2} v_0^2 + \int_{x_0}^x a(\bar{x}) d\bar{x} = f_2(x)$ $\rightarrow v(x) = \sqrt{2f_2(x)}$	$v(x) = \frac{dx}{dt} \rightarrow dt = \frac{dx}{v(x)}$  !! Geschwindigkeit in Abhängigkeit vom Weg!!	$\int_{t_0}^t dt = \int_{x_0}^x \frac{dx}{v(x)}$  $\rightarrow t = t_0 + \int_{x_0}^x \frac{dx}{\sqrt{2f_2(x)}} = f_3(x)$  Umkehrfunktion bilden: $x(t) = \vec{f}_3(x)$