

## Übungsaufgabe 2: Rotation einer Kreisscheibe

Winkelbeschleunigung: Randbedingungen  $\varphi_0 = 0; \dot{\varphi}_0 = 0; t_0 = 0$

$$\text{Endgeschwindigkeit: } \dot{\varphi}_{20} = \omega_{20} = 1000 \frac{U}{\text{min}} \cdot \frac{2\pi}{U} \cdot \frac{\text{min}}{60s} = 104,7 \frac{1}{s}$$

Laut Aufgabenstellung wird gleichmäßig beschleunigt! Also Differenzenquotient:

$$\ddot{\varphi} = \text{const.} = \frac{\dot{\varphi}_{20}}{T} = \frac{104,7}{20} = 5,236 \frac{1}{s^2}$$

Anzahl der Umdrehungen: Wir integrieren von der Beschleunigung aufwärts!

$$\text{Standardansatz: } \ddot{\varphi} = \frac{d\dot{\varphi}}{dt} \quad \text{Trennung der Variablen}$$

$$\int_{\dot{\varphi}_0}^{\dot{\varphi}_{20}} d\dot{\varphi} = \int_0^{20} \ddot{\varphi} dt \quad \rightarrow \quad \dot{\varphi}(t) = \dot{\varphi}_0 + \ddot{\varphi}(t - t_0)$$

$$\text{Standardansatz: } \dot{\varphi} = \frac{d\varphi}{dt} \quad \text{Trennung der Variablen}$$

$$\int_{\varphi_0}^{\varphi_{20}} d\varphi = \int_0^{20} \dot{\varphi}(t) dt = \int_0^{20} \ddot{\varphi} t dt \quad \rightarrow \quad \varphi(t) = \varphi_0 + \dot{\varphi}_0 t + \ddot{\varphi} \frac{t^2}{2} = \frac{1}{2} 5,236 \cdot 20^2 = 1.048$$

Bahngeschwindigkeit und resultierende Beschleunigung nach 1s:

$$\text{Rotationsgeschwindigkeit: } \dot{\varphi}_1 = \ddot{\varphi} \cdot 1 = 5,236 \cdot 1 = 5,236 \frac{1}{s}$$

$$\text{Bahngeschwindigkeit: } v_\varphi = r\dot{\varphi}_1 = 0,3 \cdot 5,236 \cdot 1 = 1,571 \frac{m}{s}$$

$$\text{Bahnbeschleunigung: } a_\varphi = r\ddot{\varphi} = 0,3 \cdot 5,236 = 1,571 \frac{m}{s^2}$$

$$a_r = -r\dot{\varphi}^2 = -0,3 \cdot 5,236^2 = -8,226 \frac{m}{s^2}$$

$$a_{res} = \sqrt{a_\varphi^2 + a_r^2} = \sqrt{1,571^2 + 8,226^2} = 8,373 \frac{m}{s^2}$$

*Achtung, gerne verwechselt wird....:*

*Bei konstanter Winkelgeschwindigkeit nimmt die Beschleunigung mit zunehmendem Radius zu:*

$$a_r = -r\dot{\varphi}^2$$

*Bei konstanter Bahngeschwindigkeit nimmt die Beschleunigung mit kleiner werdendem Radius zu:*

$$\dot{\varphi} = \frac{v}{r} \rightarrow a_r = r\dot{\varphi}^2 = r \left( \frac{v}{r} \right)^2 = \frac{v^2}{r}$$