

Fachbereich Bauingenieurwesen

Übungen zur Mathematik 2

Prof. Dr.-Ing. P. Sparla
Dipl.-Math. M. Bauer

Sommersemester 2024
18.06.2024

8. Übung

Aufgabe 31:

Gegeben sei das Gleichungssystem $A \cdot \vec{x} = \vec{b}$ durch

$$\begin{array}{lll} \text{i)} & 3x_1 - 4x_2 + 5x_3 = 1 & \text{ii)} & 2x_1 - 3x_2 - 2x_3 = 4 & \text{iii)} & x_1 - 3x_2 - 2x_3 = 0 \\ & -x_1 + 2x_2 + x_3 = 1 & & x_1 - 2x_3 = 6 & & 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 3 \\ & -2x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 1 & & 4x_1 - 5x_2 + x_3 = 5 & & 2x_1 - 4x_2 = 1. \end{array}$$

- Bestimmen Sie die Lösung des Gleichungssystems mit Hilfe des Gaußschen Algorithmus.
- Berechnen Sie die Lösung des Gleichungssystems mittels Cramerscher Regel.
- Bestimmen Sie mit Hilfe der Adjunkten die Inverse der Matrix A und damit die Lösung des Gleichungssystems.

Aufgabe 32:

Es seien $x \geq 0$, $y \geq 0$ und $z \geq 0$. Skizzieren Sie die durch

$$x + y^2 + z = a^2 \quad (a \in \mathbb{R})$$

gegebene Fläche unter diesen Bedingungen.

Aufgabe 33:

Skizzieren Sie den durch

$$z = x^2 + y^2 - 9$$

beschriebenen Bereich im \mathbb{R}^3 für $x \geq 0$ und $y \geq 0$.

Aufgabe 34:

Gegeben seien für $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ die Funktionen

$$f(x, y) = x^2y^3 + xy^2 + 2y \quad \text{und} \quad g(x, y) = e^xy^3 + 3xy^2.$$

- Bestimmen Sie die Gradienten.
- Bestimmen Sie alle partiellen Ableitungen 2. Ordnung.

Ergebnisse

Aufgabe 31: i) $\vec{x} = \begin{pmatrix} 10 \\ 6 \\ -1 \end{pmatrix}$, $A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2 & 32 & -14 \\ 1 & 19 & -8 \\ 0 & -4 & 2 \end{pmatrix}$

ii) $\vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$, $A^{-1} = \frac{1}{17} \begin{pmatrix} -10 & 13 & 6 \\ -9 & 10 & 2 \\ -5 & -2 & 3 \end{pmatrix}$

iii) $\vec{x} = \frac{1}{8} \begin{pmatrix} 8 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $A^{-1} = \frac{1}{16} \begin{pmatrix} -4 & 4 & 4 \\ -2 & 2 & -2 \\ -7 & -1 & 5 \end{pmatrix}$

Aufgabe 32: —

Aufgabe 33: —

Aufgabe 34: a) $\text{grad} f(x,y) = \begin{pmatrix} 2xy^3 + y^2 \\ 3x^2y^2 + 2xy + 2 \end{pmatrix}$, $\text{grad} g(x,y) = \begin{pmatrix} e^x y^3 + 3y^2 \\ 3e^x y^2 + 6xy \end{pmatrix}$

b) $f_{xx}(x,y) = 2y^3$, $f_{yy}(x,y) = 6x^2y + 2x$, $f_{xy}(x,y) = 6xy^2 + 2y = f_{yx}(x,y)$
 $g_{xx}(x,y) = e^x y^3$, $g_{yy}(x,y) = 6e^x y + 6x$, $g_{xy}(x,y) = 3e^x y^2 + 6y = g_{yx}(x,y)$