

Fachbereich Bauingenieurwesen

Übungen zur Mathematik 2

Prof. Dr.-Ing. P. Sparla
Dipl.-Math. M. Bauer

Sommersemester 2024
23.04.2024

2 Übung

Aufgabe 7:

Gegeben sei die Funktion f für $x \in [0; 4]$. Durch Rotation des Graphen von f um eine Koordinatenachse entsteht ein Rotationskörper. Berechnen Sie das Rotationsvolumen dieses Körpers bei Drehung um die x -Achse bzw. bei Drehung um die y -Achse.

i) $f(x) = \frac{1}{4}x^2 + 1$ ii) $f(x) = \frac{1}{2}\sqrt{x^2 + 4}$

Aufgabe 8:

Durch die Funktionen $f(x) = \frac{2}{9}x^2 - \frac{1}{2}$ und $g(x) = \frac{15}{2} - \sqrt{25 - x^2}$ sowie durch $y = 0$, $y = \frac{15}{2}$ und $x = 0$ wird eine Fläche begrenzt. Bestimmen Sie das Volumen des Körpers, der durch Rotation dieser Fläche um die y -Achse entsteht.

Aufgabe 9:

Berechnen Sie die Bogenlänge der Funktion f im Intervall I .

i) $f(x) = 2x - 1$, $I = [0; 2]$

ii) $f(x) = \frac{1}{4}x^2 + 1$, $I = [0; 4]$;

Hinweis: $\int \sqrt{a^2 + t^2} dt = \frac{t}{2}\sqrt{a^2 + t^2} + \frac{a^2}{2} \ln(t + \sqrt{a^2 + t^2}) + C$

iii) $f(x) = \frac{1}{3} \cosh(3x)$, $I = [-\frac{2}{3}; \frac{2}{3}]$; Hinweis: $\cosh^2(t) - \sinh^2(t) = 1$

Aufgabe 10:

Gegeben sei die Funktion f für x aus dem Intervall I . Man bestimme die Mantelfläche des Körpers K_x , der durch Rotation des Graphen von f um die x -Achse entsteht.

i) $f(x) = \sqrt{2x - 1}$, $I = [2; 8]$

ii) $f(x) = 4\sqrt{x + 1}$, $I = [0; 1]$

Aufgabe 11:

Gegeben sei die Funktion f für x aus dem Intervall I . Man bestimme die Mantelfläche des Körpers K_y , der durch Rotation des Graphen von f um die y -Achse entsteht.

i) $f(x) = x^2 - 3$, $I = [\sqrt{6}; \frac{\sqrt{27}}{2}]$

ii) $f(x) = \frac{1}{4}x^2 + 1$, $I = [0; \sqrt{12}]$

Ergebnisse

Aufgabe 7: i) $V_x = \frac{412}{15} \pi$ [VE] $\approx 86,29$ [VE], $V_y = 32 \pi$ [VE] $\approx 100,53$ [VE]

ii) $V_x = \frac{28}{3} \pi$ [VE] $\approx 29,32$ [VE], $V_y = \frac{8}{3}(\sqrt{5} + 1) \pi$ [VE] $\approx 27,11$ [VE]

Aufgabe 8: $V_y = \frac{2885}{48} \pi$ [VE] $\approx 188,82$ [VE]

Aufgabe 9: i) $s = 2\sqrt{5}$ [LE] $\approx 4,47$ [VE] ii) $s \approx 5,92$ [LE]

iii) $s = \frac{2}{3} \sinh(2)$ [LE] $\approx 2,42$ [LE]

Aufgabe 10: i) $M_x = \frac{112}{3} \pi$ [FE] $\approx 117,29$ [FE] ii) $M_x \approx 18,76 \pi$ [FE] $\approx 58,94$ [FE]

Aufgabe 11: i) $M_y \approx 3,86 \pi$ [FE] $\approx 12,13$ [FE] ii) $M_y = \frac{56}{3} \pi$ [FE] $\approx 58,64$ [FE]