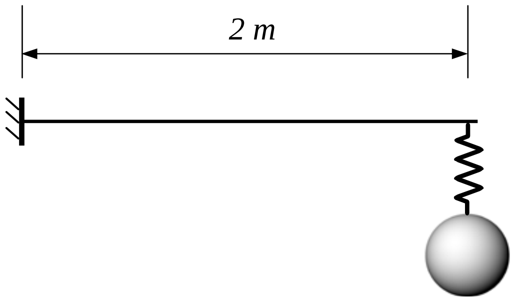
Übungspool: Schwingungen

Aufgabe 1:

An einem als masselos geltenden Kragarm (S235) ist über eine Feder eine Masse von 80 kg angehängt. Der Vollquerschnitt beträgt 30x30 mm. Die Federsteifigkeit beträgt 2.000 N/m.

- Bestimmen Sie die Eigenkreisfrequenz und die Schwingdauer!



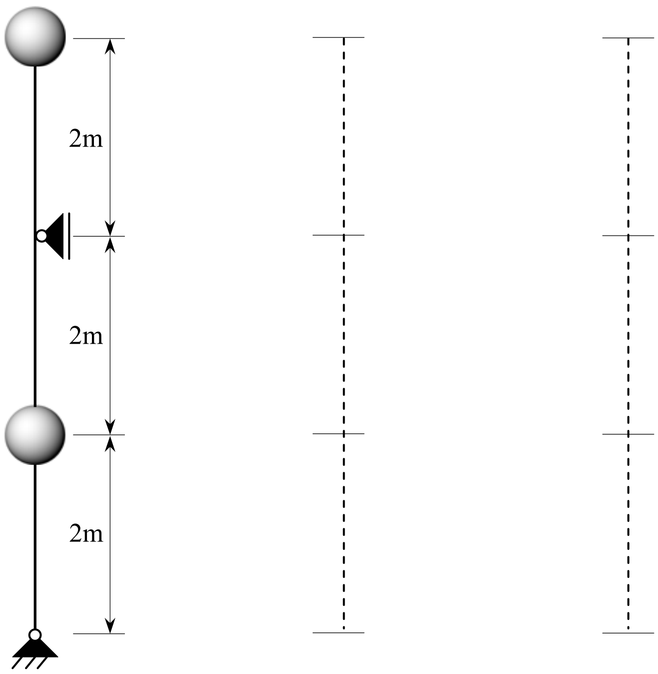
Ergebnis:

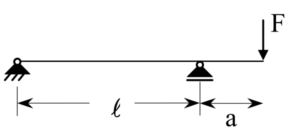
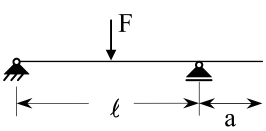
Blattfeder:	$EI = 14{,}175 \cdot 10^{-3}$ MN/m² $c_{BF} = 5.315{,}6$ N/m
Gesamtsystem:	$c_F = 1.453{,}2$ N/m
Eigenkreisfrequenz:	$\omega_0 = 4{,}262$ 1/s
	$T = 1{,}474$ s

Aufgabe 2:

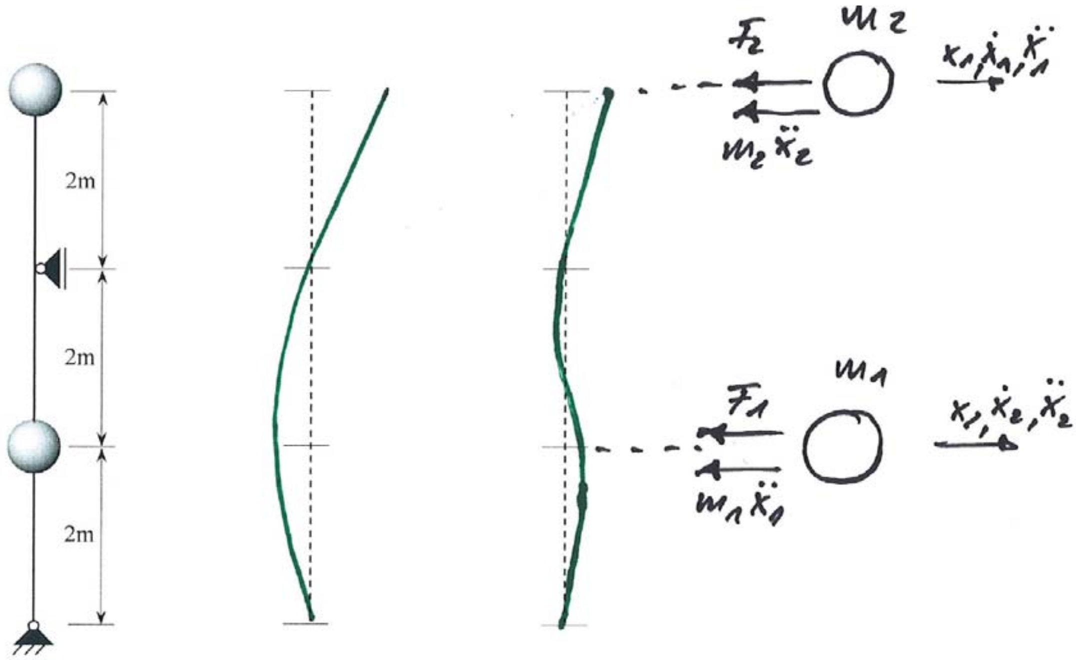
Gegeben ist ein Zweimassenschwinger gemäß nachfolgender Skizze. Die Punktmassen betragen 1 kg, die Masse der Stäbe seien vernachlässigbar. Die Biegensteifigkeit beträgt 1.000 Nm², die Gesamtlänge beträgt 6 m.

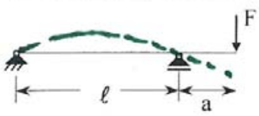
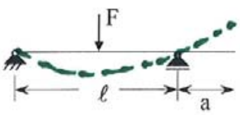
- Skizzieren Sie qualitativ die Eigenformen in den dafür vorgesehenen Platz!
- Stellen Sie im ausgelenkten Zustand das Kräftegleichgewicht auf.
- Formulieren Sie die Abhängigkeiten der Auslenkungen der Punktmassen untereinander in der Form: $x_1 = a_{11}\,F_1 + a_{21}\,F_2$
  bzw. $x_2 = a_{12}\,F_1 + a_{22}\,F_2$ mit unten aufgeführter Hilfe!
- Wählen Sie den klassischen Ansatz und ermitteln Sie die Eigenfrequenzen!



	Durchbiegung Feldmitte	Durchbiegung Kragarmende
	$w_M = - F\ell^2 a/16EI$	$w_K = (14a-\ell)F\ell^2/48EI$
	$w_M = F\ell^3/48EI$	$w_K = - F\ell^2 a/16EI$

Lösung:



	Durchbiegung Feldmitte	Durchbiegung Kragarmende
	$w_M = - F\ell^2 a/16EI$	$w_K = (14a-\ell)F\ell^2/48EI$
	$w_M = F\ell^3/48EI$	$w_K = - F\ell^2 a/16EI$

$$x_1 = \frac{l^3}{48EI} F_1 - \frac{l^2 a}{16EI} F_2$$

$$x_2 = -\frac{l^2 a}{16EI} F_1 + \frac{(14a - l)\, l^2}{48EI}$$

$$\rightsquigarrow x_1 = \frac{4}{3EI} F_1 - \frac{2}{EI} F_2$$

$$\rightsquigarrow x_2 = -\frac{2}{EI} F_1 + \frac{8}{EI} F_2$$

$$x_1 = A\cos(\omega t) \qquad x_2 = B\cos(\omega t)$$

$$\ddot{x}_1 = -\omega^2 A\cos(\omega t) \qquad \ddot{x}_2 = -\omega^2 B\cos(\omega t)$$

mit $F_1 = -m_1\ddot{x}_1$ und $F_2 = -m_2\ddot{x}_2$ und $m_1 = m_2 = 1\,kg$

$$\rightsquigarrow A\,\cancel{\cos(\omega t)} + \frac{4}{3EI} m\left(-\omega^2 A\,\cancel{\cos(\omega t)}\right) - \frac{2}{EI} m\left(-\omega^2 B\,\cancel{\cos(\omega t)}\right) = 0$$

$$B\,\cancel{\cos(\omega t)} + -\frac{2}{EI} m\left(-\omega^2 A\,\cancel{\cos(\omega t)}\right) + \frac{8}{EI} m\left(-\omega^2 B\,\cancel{\cos(\omega t)}\right) = 0$$

$$\left(1 - \frac{4}{EI} m\omega^2\right) A + \left(\frac{2m}{EI}\omega^2\right) B = 0$$

$$\frac{2}{EI} m\omega^2 A + \left(1 - \frac{8}{EI} m\omega^2\right) B = 0$$

$$\rightsquigarrow \det = 0 \;\ldots\ldots$$

$$\left(1-\frac{4m}{3EI}\omega^2\right)\left(1-\frac{8m}{EI}\omega^2\right)-\left(\frac{2}{EI}m\omega^2\right)^2=0$$

$$\rightsquigarrow \quad \frac{20}{3(EI)^2}\omega^4-\frac{28}{3EI}\omega^2+1=0$$

$$\omega^4-\frac{7}{5}EI\,\omega^2+\frac{3(EI)^2}{20}=0$$

<u>Substitution:</u>

$$z_{1,2}=\frac{7}{10}EI\pm\sqrt{\left(\frac{7}{10}EI\right)^2-\frac{3(EI)^2}{20}}$$

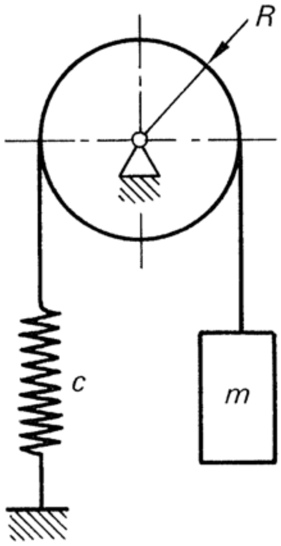
$$z_{1,2}=\begin{matrix}1.283\\116{,}9\end{matrix}\quad\rightsquigarrow\quad \omega=\sqrt{z}=\begin{matrix}35{,}82\ 1/s\\10{,}82\ 1/s\end{matrix}$$

$$\rightsquigarrow\quad f_1=1{,}72\ Hz$$

$$f_2=5{,}70\ Hz$$

Aufgabe 3:

Eine Masse m=80 kg von 1 kg hängt an einem Seil von vernachlässigbar kleiner Masse. Das Seil ist über eine runde Scheibe konstanter Dicke mit dem Schwungmoment 20 Nm² gelegt. Eine am anderen Seilende angebrachte Feder mit c = 1kN/cm macht das System schwingfähig. Unter der Vorraussetzung, dass die Feder nicht auf Druck beansprucht wird und dass kein Schlupf zwischen Seil und Scheibe auftritt, ist die Eigenfrequenz kleiner Schwingungen zu berechnen. Scheibenradius R = 300mm.



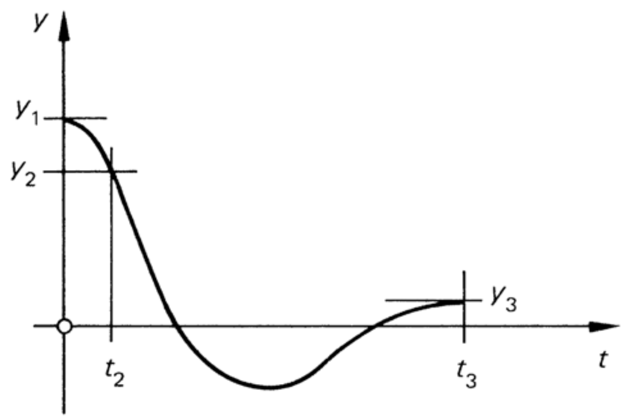
Ergebnis:

- $\omega_0 = 34{,}17\ s^{-1}$

Aufgabe 4:

Ein geschwindigkeitsproportional gedämpftes „Feder-Masse-System"
(m = 0,5kg, c = 1,25kN/m) besitzt die Eigenfrequenz $\omega d = 45 s^{-1}$. Die Masse wird ohne Anfangsgeschwindigkeit aus der Stellung $y(t=0) = y_1 = 7$cm losgelassen.

- An welcher Stelle y_2 befindet sich die Masse zur Zeit $t_2 = 0{,}01$s?
- Wie groß ist das nächste phasengleiche Maximum y_3?



Ergebnisse:

- $y_2 = 6{,}25$ cm
- $y_3 = 0{,}334$ cm