

Übungsaufgabe 1: Stabhochsprung

Ein Stabhochspringer erreicht eine Sprunghöhe von 5,4 m. Er kann vereinfachend als Punktmasse behandelt werden. Bei der Landung auf einem 1,0 m hohen Kissen soll er eine maximale Verzögerung von $3g$ erfahren. Reicht die Kissenhöhe oder müssen Sie ggf. ein höheres Kissen verwenden? Es darf dabei von einer konstanten Verzögerung ausgegangen werden. Was ist an diesem Ansatz falsch?

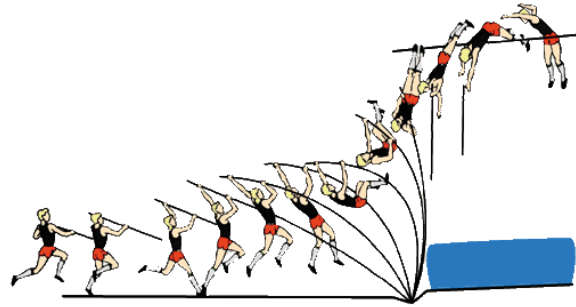
Auftreffgeschwindigkeit:

$$\hat{v}_1 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 4,4} = 9,291 \frac{m}{s} \hat{=} 33,44 \frac{km}{h}$$

Zeit bis zum Auftreffen:

(Zeitpunkte werden i. d. R. mit kleinen t geschrieben; Der Verfasser verwendet für Zeiträume, also wie lange ein definierter Prozess dauert, gerne ein \hat{t} . **Oftmals sind die Ziffern identisch!**)

$$\hat{t}_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4,4}{9,81}} = 0,9471 s \hat{=} t_1$$



Verzögerung:

$$a < 3g = 29,43 \frac{m}{s^2}$$

Wir gehen über den Verzögerungszeitraum \hat{t}_2 , da die maximale Verzögerung, die Anfangs- und Endgeschwindigkeiten bekannt sind:

$$v(\hat{t}_2) = v_0 + a t_2 = 0 \quad \text{mit } v_0 = 9,291 \frac{m}{s} \quad \text{und } a = 3g \quad \Rightarrow \quad t_2 = -\frac{v_0}{a} = \frac{9,291}{3 \cdot 9,81} = 0,3157 s$$

in dem Zeitraum \hat{t}_2 bzw. zum Zeitpunkt t_2 können wir den Weg berechnen:

$$x(\hat{t}_2) = x_0 + v_0 t_2 + \frac{1}{2} a t_2^2 \quad \text{mit } x_0 = 0 \quad \text{und } t_2 = 0,3157 s \quad \text{und } a = -3g \text{ (Verzögerung)}$$

$$\Rightarrow x(\hat{t}_2) = 9,291 \cdot 0,3157 - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 9,81 \cdot 0,3157^2 = 1,467 m > 1,0 m$$

Das Kissen ist nicht hoch genug. Es wird eine neue Kissenhöhe von 1,5 m gewählt:

$$\hat{v}_1 = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 3,9} = 8,747 \frac{m}{s} \quad \text{und} \quad t_2 = -\frac{v_0}{a} = \frac{8,747}{3 \cdot 9,81} = 0,2972 s$$

$$x(\hat{t}_2) = 8,747 \cdot 0,2972 - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 9,81 \cdot 0,2972^2 = 1,3 m < 1,5 m$$

Antwort: Die verzögernde Gegenkraft im Kissen wächst mit der Stauchung des Kissens (Analogie zur Feder), weshalb die Verzögerung nicht konstant sein kann. Bei Linearer Elastizität des Kissens, was nicht unbedingt anzunehmen ist, wäre die Verzögerung abhängig von der 1. Potenz der Stauchung, bzw. Durchbiegung. (Hierzu mehr beim Thema Federpotential!)