

Mathematik 1 für Bauingenieure

Aufgabe 1: (7)

Berechnen Sie alle $x \in \mathbb{R}$, die die Ungleichung

$$x \leq \frac{|x+4|}{x-2}.$$

erfüllen.

Aufgabe 2: (6)

Gegeben sei

$$f(x) = \frac{x(x^2 + 2x + 1)}{(x-2)(x^3 + x^2 - 6x)}.$$

Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich von f und diskutieren Sie die so erhaltene Funktion bezüglich Nullstellen, Art der Definitionslücken und dem Verhalten im Unendlichen. Berechnen Sie im Falle einer hebbaren Definitionslücke den zugehörigen Grenzwert und skizzieren Sie f anhand Ihrer Ergebnisse.

Aufgabe 3: (3)

Berechnen Sie

$$(x^4 + 9x^3 + 21x^2 - x - 30) : (x^2 + x - 2).$$

Aufgabe 4: (5)

Skizzieren Sie die Funktionen $f(x) = e^{-x}$ und $g(x) = x$. Zur Bestimmung des Schnittpunktes der beiden Funktionen definieren wir die Funktion h durch

$$h(x) = f(x) - g(x).$$

Bestimmen Sie die Nullstelle von h mit Hilfe des Newton-Verfahrens. Greifen Sie dazu den Startwert x_0 aus der Sizzle ab und führen sie maximal 3 Iterationen durch. Die Ergebnisse sind auf 4 Nachkommastellen anzugeben.

Aufgabe 5: (3)

Lösen Sie das unbestimmte Integral

$$\int [(x+1)e^{-x} + 1] dx .$$

Aufgabe 6: (3)

Berechnen Sie

$$\int_0^1 x^2 (1+3x^3)^{3/2} dx .$$

Aufgabe 7: (3)

Bestimmen Sie die erste Ableitung der angegebenen Funktionen und fassen Sie diese soweit wie möglich zusammen.

(i) $f(x) = \cos\left(\ln(x^{1/2})\right), \quad x \in (0, \infty)$

(ii) $f(t) = \frac{\sin(kt)}{k(\cos(t)+k)}, \quad k(\cos(t)+k) \neq 0$

(iii) $f(x) = \sqrt{x} e^{-3x}, \quad x \geq 0$

Ergebnisse zur Klausur vom 17. September 2010

Aufgabe 1: $x \leq \frac{|x+4|}{x-2} \Leftrightarrow x \leq -1 \text{ oder } 2 < x \leq 4$

Aufgabe 2: Definitionsbereich:

$$D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq -3; 0; 2\}$$

Art der Definitionslücken:

$x = -3$: Polstelle mit VZW

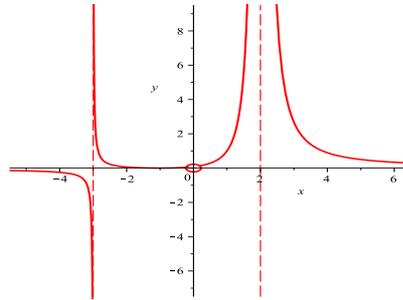
$x = 2$: Polstelle ohne VZW

$x = 0$: hebbare Lücke mit

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \frac{1}{12}$$

Nullstellen: $x = -1$ ohne VZW

Verhalten im Unendlichen: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0^-$ und $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0^+$



Aufgabe 3: $(x^4 + 9x^3 + 21x^2 - x - 30) : (x^2 + x - 2) = x^2 + 8x + 15$

Aufgabe 4: Die Nullstelle liegt bei $x \approx 0,5672$ mit $f(0,5672) = -0,0000$.

Aufgabe 5: $\int \left[(x+1)e^{-x} + 1 \right] dx = (-x-2)e^{-x} + x + c$ mit $c \in \mathbb{R}$

Aufgabe 6: $\int_0^1 x^2 (1+3x^3)^{\frac{3}{2}} dx = \frac{62}{45}$

Aufgabe 7: i) $f'(x) = -\frac{1}{2x} \cdot \sin\left(\ln(x^{\frac{1}{2}})\right)$

ii) $f'(t) = \frac{k \cos(kt) (\cos(t) + k) + \sin(kt) \sin(t)}{k (\cos(t) + k)^2}$

iii) $f'(x) = e^{-3x} \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} - 3\sqrt{x} \right)$