

Mathematik 1 für Bauingenieure

Aufgabe 1: (5)

Berechnen Sie alle $x \in \mathbb{R}$, die die Ungleichung

$$|8+x| + 4 > -(10 - |6-9x|)$$

erfüllen.

Aufgabe 2: (6)

Gegeben sei f durch

$$f(x) = \frac{(x+4)(x-2)}{(x+15)^2(x^2-16)}.$$

Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich von f und diskutieren Sie die so erhaltene Funktion bezüglich Art der Definitionslücken, Art der Nullstellen und dem Verhalten im Unendlichen. Berechnen Sie im Falle einer hebbaren Definitionslücke den zugehörigen Grenzwert und skizzieren Sie f anhand Ihrer Ergebnisse.

Aufgabe 3: (4)

Zerlegen Sie die Funktion

$$f(x) = x^3 - x^2 - x^1 + x^0 \quad \text{mit } x \in \mathbb{R}$$

in Linearfaktoren und berechnen Sie den Funktionswert $f(1,5)$ mit Hilfe des Horner-Schema's.

Aufgabe 4: (1)

Zeichnen Sie die algebraische Funktion

$$(x-2)^2 + (y+3)^2 = 4^2$$

in ein geeignetes Koordinatensystem.

Aufgabe 5: (5)

Gegeben sei die Funktion

$$f(x) = \sin(x) \cdot e^x \quad \text{für } x \in [-\pi, \pi]$$

sowie ihre zweite und dritte Ableitung

$$f''(x) = 2e^x \cdot \cos(x) \quad \text{und} \quad f'''(x) = 2e^x (\cos(x) - \sin(x)).$$

Diskutieren Sie f bezüglich Nullstellen, Extrem- und Wendepunkten und skizzieren Sie f anhand Ihrer Ergebnisse.

Hinweis: Skizzieren Sie die Sinus- und Cosinusfunktion zur Bestimmung gesuchter Stellen.

Aufgabe 6: (3)

Bilden Sie jeweils die erste Ableitung folgender Funktionen.

(i) $f(x) = x^{-2} \cos(x)$ mit $x \in \mathbb{R}, x \neq 0$

(ii) $f(t) = t^3 e^{t^3}$ mit $t \in \mathbb{R}$

(iii) $f(x) = \ln^2(2x)$ mit $x > 0$

Aufgabe 7: (6)

a) Lösen Sie das unbestimmte Integral

$$\int \sin^2(x) \, dx .$$

Hinweis: $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$

b) Berechnen Sie den Wert des Integrals

$$\int_0^2 \frac{6x^2}{\sqrt{9-x^3}} \, dx .$$

Ergebnisse zur Klausur vom 16. September 2011

Aufgabe 1: $|8+x| + 4 > -(10 - |6-9x|) \Leftrightarrow -\frac{8}{5} < x < \frac{7}{2}$

Aufgabe 2: Definitionsbereich:

$$D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq -15; -4; 4\}$$

Art der Definitionslücken:

$x = -15$: Polstelle ohne VZW

$x = 4$: Polstelle mit VZW

$x = -4$: hebbare Lücke mit

$$\lim_{x \rightarrow -4} f(x) = \frac{3}{484}$$

Nullstelle: $x = 2$ mit VZW

Verhalten im Unendlichen: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0^+$

Aus programmtechnischen Gründen kann die Skizze derzeit nicht dargestellt werden.

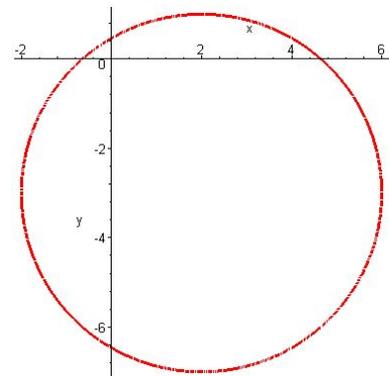
Aufgabe 3: Linearfaktorzerlegung:

$$f(x) = (x-1)^2(x+1)$$

Funktionswert:

$$f(1,5) = 0,625$$

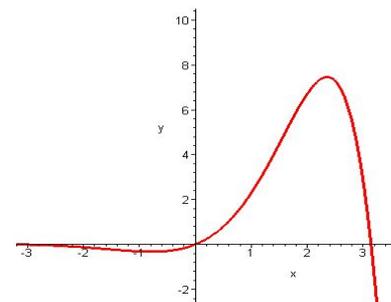
Aufgabe 4: Skizze



Aufgabe 5: Nullstellen: $x = -\pi$, $x = 0$, $x = \pi$

Extrempunkte: $T(-0,79 \mid -0,32)$,
 $H(2,36 \mid 7,41)$

Wendepunkte: $W_1(-\frac{\pi}{2} \mid -0,21)$,
 $W_2(\frac{\pi}{2} \mid 4,81)$



Aufgabe 6: i) $f'(x) = -2x^{-3} \cos(x) - x^{-2} \sin(x)$

ii) $f'(x) = e^{t^3} (3t^2 + 3t^5)$

iii) $f'(x) = \frac{2}{x} \ln(2x)$

Aufgabe 7: a) $\int \sin^2(x) \, dx = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} \sin(x) \cos(x) + c$ mit $c \in \mathbb{R}$

b) $\int_0^2 \frac{6x^2}{\sqrt{9-x^3}} \, dx = \int_9^1 -2u^{-\frac{1}{2}} \, du = 8$