

Mathematik 1 für Bauingenieure

Aufgabe 1: (5)

Bestimmen Sie alle $x \in \mathbb{R}$, die die Ungleichung

$$4 - |2 - \frac{1}{2}x| \geq \frac{1}{2} \cdot |3x - 2| - 2$$

erfüllen.

Aufgabe 2: (6)

Berechnen Sie die Linearfaktorzerlegung von

$$f(x) = \frac{x^3 + 3x^2}{(x + 10)^2(x^2 - 9)}.$$

Bestimmen Sie anschließend den maximalen Definitionsbereich von f und diskutieren Sie die so erhaltene Funktion bezüglich Art der Definitionslücken, Art der Nullstellen und dem Verhalten im Unendlichen. Berechnen Sie im Falle einer hebbaren Definitionslücke den zugehörigen Grenzwert und skizzieren Sie f anhand Ihrer Ergebnisse.

Aufgabe 3: (2)

Gegeben sei die Funktion $f(x) = 4x^4 - 2x^3 + 5x - 1$ mit $x \in \mathbb{R}$.

Berechnen Sie mit Hilfe des Horner-Schema's den Funktionswert $f(1,5)$.

Aufgabe 4: (4)

Von einem Experiment liegt folgende Messreihe vor:

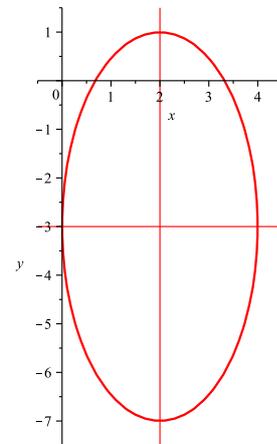
i	0	1	2	3
x_i	-2	-1	2	3
$f(x_i)$	4	1	16	9

Leider sind die Messergebnisse für $x = 0$ und $x = 1$ verloren gegangen. Bestimmen Sie Näherungen für diese Werte, indem Sie das Newton'sche Interpolationspolynom aufstellen und dieses entsprechend auswerten.

Aufgabe 5:

(2)

- a) Geben Sie die Mittelpunktsleichung nebenstehender Ellipse an.
- b) Wie lautet die Mittelpunktsleichung des Kreises mit Mittelpunkt $M(-3,5|2,5)$ und Radius $R = 5$?

**Aufgabe 6:**

(4)

Bilden Sie jeweils die erste Ableitung der folgenden Funktionen.

(i) $f(t) = (t^2 - 5t + 1)e^{-t} \quad (t \in \mathbb{R})$

(ii) $h(x) = \frac{x^2}{\sqrt{2x-5}} \quad \left(x > \frac{5}{2}\right)$

(iii) $f(x) = \ln\left(\frac{1}{x}\right) \quad (x > 0)$

(iv) $f(\varphi) = \sin^2(\varphi^2) \quad (0 \leq \varphi \leq \pi)$

Aufgabe 7:

(3)

Lösen Sie das unbestimmte Integral

$$\int x^2 \cdot \cosh(2x) \, dx .$$

Aufgabe 8:

(4)

Berechnen Sie den Wert des Integrals

$$\int_1^2 \frac{x^2 + x - 4}{x^2 - 2x - 3} \, dx .$$

Ergebnisse zur Klausur vom 4. Juli 2011

Aufgabe 1: $4 - |2 - \frac{1}{2}x| \geq \frac{1}{2} \cdot |3x - 2| - 2 \Leftrightarrow -\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{9}{2}$

Aufgabe 2: Linearfaktorzerlegung:

$$f(x) = \frac{x^2(x+3)}{(x+10)^2(x+3)(x-3)}$$

Definitionsbereich:

$$D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq -10; -3; 3\}$$

Art der Definitionslücken:

$x = -10$: Polstelle ohne VZW

$x = 3$: Polstelle mit VZW

$x = -3$: hebbare Lücke mit $\lim_{x \rightarrow -3} f(x) = -\frac{3}{98}$

Nullstelle: $x = 0$ ohne VZW

Verhalten im Unendlichen: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0^-$ und $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0^+$

(Die Skizze kann aus technischen Gründen derzeit nicht eingefügt werden.)

Aufgabe 3: $f(1,5) = 20$

Aufgabe 4: Interpolationspolynom nach Newton:

$$p_N(x) = 4 - 3(x+2) + 2(x+2)(x+1) - 1(x+2)(x+1)(x-2)$$

gesuchte Näherungen: $p_N(0) = 6$ und $p_N(1) = 13$

Aufgabe 5: a) $\frac{(x-2)^2}{2^2} + \frac{(y+3)^2}{4^2} = 1$

b) $(x+3,5)^2 + (y-2,5)^2 = 5^2$

Aufgabe 6: i) $f'(t) = e^{-t}(-t^2 + 7t - 6)$

ii) $h'(x) = \frac{3x^2 - 10x}{\sqrt{2x-5}^3}$

iii) $f'(x) = -\frac{1}{x}$

iv) $f'(\varphi) = 4\varphi \sin(\varphi^2) \cos(\varphi^2)$

Aufgabe 7: $\int x^2 \cdot \cosh(2x) \, dx = \left(\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{4}\right) \sinh(2x) - \frac{1}{2}x \cosh(2x) + c$ mit $c \in \mathbb{R}$

Aufgabe 8: $\int_1^2 \frac{x^2 + x - 4}{x^2 - 2x - 3} \, dx = \int_1^2 \left(1 + \frac{2}{x-3} + \frac{1}{x+1}\right) \, dx = 1 + \ln(3) - 3\ln(2)$