

Mathematik 1 für Bauingenieure

Aufgabe 1: (2)

a) Berechnen Sie:
$$\frac{3! \cdot \tan(t) \cdot \cosh(0) \cdot \cos(t) \cdot \cos(180^\circ)}{4! \cdot 3 \ln(e^3) \cdot \sin(\frac{\pi}{6}) \cdot \sin(t)}$$

b) Vereinfachen Sie:
$$\frac{\sqrt[15]{y^2}}{y^{\frac{7}{21}}}$$

Aufgabe 2: (5)

Bestimmen Sie alle $x \in \mathbb{R}$, die die Ungleichung

$$2|5 - x| - 4 > |2x + 4| + |5 - x|$$

erfüllen.

Aufgabe 3: (2)

Berechnen Sie den Funktionswert $f(-1,5)$ für die Funktion

$$f(x) = 3x^4 + x^3 - 2x^2 - 8$$

mit Hilfe des Horner Schemas.

Aufgabe 4: (3)

Die Sinusfunktion $f(x) = \sin(x)$ soll auf dem Intervall $I = [-\pi; 0]$ durch ein Polynom approximiert werden. Bestimmen Sie das Newtonsche Interpolationspolynom zu den vier Stützstellen

$$x_0 = -\pi, \quad x_1 = -\frac{2}{3}\pi, \quad x_2 = -\frac{1}{3}\pi \quad \text{und} \quad x_3 = 0.$$

Geben sie bei Ihren Berechnungen 4 Nachkommastellen an.

Aufgabe 5: (6)

Gegeben sei f durch

$$f(x) = \frac{(x^2 - 4)(x - 5)}{(x^2 + 6x + 9)(x^2 - 6x + 8)}.$$

Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich von f und diskutieren Sie die so erhaltene Funktion bezüglich Art der Definitionslücken, Art der Nullstellen und dem Verhalten im Unendlichen. Berechnen Sie im Falle einer hebbaren Definitionslücke den zugehörigen Grenzwert und skizzieren Sie f anhand Ihrer Ergebnisse.

Aufgabe 6: (3)

Skizzieren Sie folgende Funktionen in geeignete Koordinatensysteme

- i) $f(x) = 2 \cos(2x)$ für $x \in [-\pi, \pi]$
- ii) $f(x) = -e^{-x}$ und $g(x) = \ln|x|$

Aufgabe 7: (4)

Bilden Sie jeweils die erste Ableitung folgender Funktionen.

- i) $f(x) = 2x^5 + \sin(\sqrt{x})$ für $x \geq 0$
- ii) $f(x) = \frac{x^{\frac{1}{2}}}{e^{2x}}$
- iii) $f(x) = 3 \ln^2(x^2)$ mit $x \neq 0$
- iv) $f(t) = 4t^2 \cdot e^{-(t^2)} \cdot \cos(2x)$

Aufgabe 8: (4)

Lösen Sie das folgende unbestimmte Integral

$$\int \frac{\ln(x)}{x} dx$$

- a) mit Hilfe der partiellen Integration,
- b) mit Hilfe der Methode der Substitution.

Aufgabe 9: (1)

Bilden Sie folgende Schnitt- bzw. Vereinigungsmenge

i) $-2 \leq x < 5$ oder $-2 < x \leq 5$ ii) $x > 7$ und $x \leq 8$ und $x < 9$

Aufgabe 10: (4)

Berechnen Sie das unbestimmte Integral

$$\int \frac{4x^2 + 4x - 12}{(x+1)(x^2 - 4x - 5)} dx$$

Aufgabe 11: (6)

Gegeben sei die Funktion

$$f(x) = (4x - 3) e^{-x^2} \quad \text{für } x \in \mathbb{R}.$$

Diskutieren Sie die Funktion bezüglich Schnittpunkte mit den Achsen, Symmetrieverhalten und Extrema sowie bezüglich ihres Verhaltens im Unendlichen. Fertigen Sie mit Hilfe Ihrer Ergebnisse eine Skizze der Funktion an.

[Kontrollergebnis: $f'(x) = e^{-x^2} (-8x^2 + 6x + 4)$]

Ergebnisse zur Klausur vom 5. Juli 2013

Hinweis: Skizzen können derzeit nicht ausgedruckt werden. Sie können sie im Büro von Frau Bauer einsehen.

Aufgabe 1: a) $\frac{3! \cdot \tan(t) \cdot \cosh(0) \cdot \cos(t) \cdot \cos(180^\circ)}{4! \cdot 3 \ln(e^3) \cdot \sin(\frac{\pi}{6}) \cdot \sin(t)} = -\frac{1}{18}$ b) $\frac{\sqrt[15]{y^2}}{y^{\frac{7}{21}}} = y^{-\frac{1}{5}}$

Aufgabe 2: $2|5-x| - 4 > |2x+4| + |5-x| \Leftrightarrow -5 < x < -1$

Aufgabe 3: $f(-1,5) = -0,6875$

Aufgabe 4: Das gesuchte Interpolationspolynom lautet:
 $p_N(x) = -0,8269(x+\pi) + 0,3948(x+\pi)(x+\frac{2}{3}\pi)$

Aufgabe 5: Definitionsbereich:
 $D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq -3; 2; 4\}$

Art der Definitionslücken:

$x = -3$: Polstelle ohne VZW

Skizze: ...

$x = 4$: Polstelle mit VZW

$x = 2$: hebbare Lücke mit

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) \approx 0,24$$

Nullstellen: $x = -2$ sowie $x = 5$ mit VZW

Verhalten im Unendlichen: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0^\pm$

Aufgabe 6: Skizzen: ...

Aufgabe 7: i) $f'(x) = 10x^4 + \frac{\cos(\sqrt{x})}{2\sqrt{x}}$

ii) $f'(x) = e^{-2x} \left(\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} - 2x^{\frac{1}{2}} \right)$

iii) $f'(x) = \frac{12 \ln(x^2)}{x}$

iv) $f'(t) = 8t \cos(2x) \cdot e^{-t^2} \cdot (1-t^2)$

Aufgabe 8: $\int \frac{\ln(x)}{x} dx = \frac{1}{2} (\ln(x))^2 + c$ mit $c \in \mathbb{R}$

- Aufgabe 9:** i) $-2 \leq x < 5$ oder $-2 < x \leq 5 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 5$
ii) $x > 7$ und $x \leq 8$ und $x < 9 \Leftrightarrow 7 < x \leq 8$

Aufgabe 10:
$$\int \frac{4x^2 + 4x - 12}{(x+1)(x^2 - 4x - 5)} dx = \int \left(\frac{3}{x-5} + \frac{1}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2} \right) dx$$
$$= 3 \ln|x-5| + \ln|x+1| - 2(x+1)^{-1} + c \quad \text{mit } c \in \mathbb{R}$$

Aufgabe 11: Schnittpunkte mit den Achsen:

$$N\left(\frac{3}{4} | 0\right), S_y(0 | -3)$$

Symmetrieverhalten:

f ist nicht symmetrisch.

Extrempunkte: $H(1, 18 | 0, 43)$,

$$T(-0, 43 | -3, 92)$$

Verhalten im Unendlichen:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0^\pm$$

Skizze: ...