

Fachbereich Bauingenieurwesen

Mathematik 1 für Bauingenieure

Prof. Dr.-Ing. P. Sparla

15. Juli 2016

Aufgabe 1: (3)

Berechnen Sie die Lösung nachfolgender Gleichungen.

a) $\frac{2x-2}{x} = \frac{x^2-1}{x+1} \quad (x \neq -1 \text{ und } x \neq 0)$

b) $32 \cdot 16^{x+1} = 8^{x+2} \cdot 4^{x+4}$

Aufgabe 2: (5)

Bestimmen Sie alle $x \in \mathbb{R}$, die die Ungleichung

$$\frac{|3x+6|}{6-x} \leq 1 \quad (x \neq 6)$$

erfüllen.

Aufgabe 3: (4)

Das Ergebnis einer Messreihe liegt in Form folgender Wertetabelle vor:

i	0	1	2	3
x_i	-2	-1	1	2
$f(x_i)$	0	3	-3	0

Gesucht ist das Interpolationspolynom nach Newton durch die vier vorgegebenen Stützpunkte. Bestimmen Sie, falls vorhanden, die dritte Nullstelle dieses Polynoms.

Aufgabe 4: (6)

Gegeben sei f durch

$$f(x) = \frac{\frac{1}{4} - x^2}{(x+1)^2(x^2 - \frac{3}{4}x - 1)} .$$

Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich von f und diskutieren Sie die so erhaltene Funktion bezüglich Art der Definitionslücken, Art der Nullstellen und dem Verhalten im Unendlichen. Berechnen Sie im Falle einer hebbaren Definitionslücke den zugehörigen Grenzwert und skizzieren Sie f anhand Ihrer Ergebnisse.

Aufgabe 5: (4)

Gegeben sei die Gleichung

$$9x^2 + 36x + y^2 - 3y = -29,25 .$$

Bestimmen Sie die zugehörige Mittelpunktsleichung und entscheiden Sie anhand derer, ob es sich um einen Kreis oder eine Ellipse handelt. Geben Sie zugehörigen Mittelpunkt und Radius bzw. Halbradien an und skizzieren Sie die Kurve.

Aufgabe 6: (2)

- Skizzieren Sie die Funktion $f(x) = |\ln(x)|$ im zugehörigen Definitionsbereich.
- Skizzieren Sie die Funktion $f(x) = e^{-|x|}$ für $x \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 7: (3)

Bilden Sie jeweils die erste Ableitung nachfolgender Funktionen.

- $f(t) = 8xt^{-3} - e^{t^3}$
- $f(x) = \frac{e \cdot e^x}{\sin(x)} \quad (x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z})$
- $f(x) = \ln(\cosh(x^{-1})) \quad (x > 0)$

Aufgabe 8: (5)

Diskutieren Sie die Funktion

$$f(x) = \frac{1}{2}x^3 - 2x^2 - \frac{1}{2}x + 2 \quad \text{für } x \in \mathbb{R}$$

bezüglich Schnittpunkte mit den Achsen, Symmetrieverhalten, Extrem- und Wendepunkte sowie dem Verhalten im Unendlichen. Fertigen Sie anhand Ihrer Ergebnisse eine Skizze an.

Aufgabe 9:

(4)

Lösen Sie folgende Integrale.

i) $\int e^{3x} x^2 dx$

ii) $\int_{\sqrt{\pi}}^{\sqrt{2\pi}} x \cdot \cos\left(x^2 - \frac{\pi}{2}\right) dx$

Aufgabe 10:

(4)

Lösen Sie das Integral

$$\int_{-2}^0 \frac{5x^2 - 23x + 17}{(x + 1)(x^2 - 4x + 4)} dx .$$

Ergebnisse zur Klausur vom 15. Juli 2016

Aufgabe 1: a) $\frac{2x-2}{x} = \frac{x^2-1}{x+1} \Leftrightarrow x=2 \text{ oder } x=1$
b) $32 \cdot 16^{x+1} = 8^{x+2} \cdot 4^{x+4} \Leftrightarrow x=-5$

Aufgabe 2: $\frac{|3x+6|}{6-x} \leq 1 \Leftrightarrow -6 \leq x \leq 0 \text{ oder } x > 6$

Aufgabe 3: Interpolationspolynom: $p_N(x) = 3(x+2) - 2(x+2)(x+1) + (x+2)(x+1)(x-1)$
Die dritte Nullstelle liegt bei $x=0$.

Aufgabe 4: Definitionsbereich:

$$D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq -1; -0,69; 1,44\}$$

Aus programmtechnischen
Gründen kann die Skizze derzeit
nicht dargestellt werden.

Art der Definitionslücken:

$x = -1$: Polstelle ohne VZW

$x = -0,69$: Polstelle mit VZW

$x = 1,44$: Polstelle mit VZW

Art der Nullstellen: $x = \pm \frac{1}{2}$ mit VZW

Verhalten im Unendlichen: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0^-$

Aufgabe 5: $9x^2 + 36x + y^2 - 3y = -29,25 \Leftrightarrow \frac{(x+2)^2}{1^2} + \frac{(y-1,5)^2}{3^2} = 1$

Ellipse mit Mittelpunkt $M(-2|1,5)$ und den Halbradien $a=1$ und $b=3$.

Skizze: ...

Aufgabe 6: (siehe oben)

Aufgabe 7: i) $f'(t) = -24xt^{-4} - 3t^2e^{t^3}$
ii) $f'(x) = e^{e^x} \cdot \frac{\sin(x) - \cos(x)}{\sin^2(x)}$
iii) $f'(x) = \frac{-x^{-2} \sinh(x^{-1})}{\cosh(x^{-1})}$

Aufgabe 8: Schnittpunkte mit den Achsen:
 $S_y(0|2), N_1(-1|0), N_2(1|0), N_3(4|0)$

Symmetrieverhalten:
 f ist nicht symmetrisch.

Extrempunkte:
 $H(-0,12|2,03), T(2,78|-4,11)$

Wendepunkt: $W(1,33|-1,04)$

Verhalten im Unendlichen:

$$f(x) \xrightarrow{x \rightarrow \pm\infty} \pm\infty$$

Aus programmtechnischen
Gründen kann die Skizze derzeit
nicht dargestellt werden.

Aufgabe 9: i) $\int e^{3x} \cdot x^2 \, dx = e^{3x} \left(\frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{9}x + \frac{2}{27} \right) + c \quad (c \in \mathbb{R})$

ii) $\int_{\sqrt{\pi}}^{\sqrt{2\pi}} x \cdot \cos\left(x^2 - \frac{\pi}{2}\right) \, dx = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \frac{1}{2} \cos(u) \, du = -1$

Aufgabe 10: $\int_{-2}^0 \frac{5x^2 - 23x + 17}{(x+1)(x^2 - 4x + 4)} \, dx$
 $= \int_{-2}^0 \left(\frac{5}{(x+1)} - \frac{3}{(x-2)^2} \right) \, dx = -\frac{3}{4}$

HINWEIS: Alle Skizzen werden nachgereicht und können bis dahin bei Frau Bauer im Büro eingesehen werden.