

Fachbereich Bauingenieurwesen
Mathematik 1 für Bauingenieure

Prof. Dr.-Ing. P. Sparla
29. März 2017

Aufgabe 1: (2)

Berechnen bzw. vereinfachen Sie nachfolgende Terme.

i) $\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \sqrt{2} e^{\ln(1)} + 4! - |\cos(180^\circ)|$

ii) $\frac{4k^2 - b^2}{2k + b} + \frac{m^2 b^4}{m^2 b^3}$

Aufgabe 2: (1)

Für welche $x \in \mathbb{R}$ gilt $|-2x^2 + 5x - 10| < -1$?
(Kurze Begründung!)

Aufgabe 3: (5)

Bestimmen Sie alle $x \in \mathbb{R}$, $x \neq 3$, die die Ungleichung

$$\frac{|5x - 6|}{3 - x} \leq 1$$

erfüllen.

Aufgabe 4: (6)

Gegeben sei f durch

$$f(x) = \frac{(x^2 + 10x + 25)(x - 10)}{(x + 12)(x - 8)^2(x^3 - 10x^2)}.$$

Zerlegen Sie f in kanonische Linearfaktoren. Bestimmen Sie damit den maximalen Definitionsbereich von f und diskutieren Sie die so erhaltene Funktion bezüglich Art der Definitionslücken, Art der Nullstellen und dem Verhalten im Unendlichen. Berechnen Sie im Falle einer hebbaren Definitionslücke den zugehörigen Grenzwert und skizzieren Sie f anhand Ihrer Ergebnisse.

Aufgabe 5: (3)

Formen Sie die Gleichung

$$4x^2 - 16x + y^2 + 10y + 37 = 0$$

in eine Mittelpunktsleichung um und bestimmen Sie damit, ob es sich um einen Kreis oder eine Ellipse handelt. Geben Sie entsprechend den Mittelpunkt und den Radius bzw. die Halbradien an.

Aufgabe 6: (2)

- a) Skizzieren Sie die Funktion $f(x) = |2 \sin(x)|$ für $x \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}]$.
- b) Skizzieren Sie die Funktionen $g(x) = \cosh(x)$ und $h(x) = x^2$ für $x \in [0; 4]$ in gemeinsames skaliertes Koordinatensystem.

Aufgabe 7: (3)

Bilden Sie jeweils die erste Ableitung nachfolgender Funktionen.

- i) $f(x) = x + 5ex + xe^x$ ($x \in \mathbb{R}$)
- ii) $f(t) = x \cos(t) - e^{-xt^2}$ ($x, t \in \mathbb{R}$)
- iii) $f(x) = \frac{(x + e^x)^2}{\sin(x)}$ ($x \in \mathbb{R}, x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$)

Aufgabe 8: (7)

Diskutieren Sie die Funktion

$$f(x) = \left(\frac{1}{4}x^2 - 1\right) e^{2x} \quad \text{für } x \in \mathbb{R}$$

bezüglich: Schnittpunkten mit den Achsen, Symmetrieverhalten, Extrem- und Wendepunkte sowie dem Verhalten im Unendlichen. Fertigen Sie anhand Ihrer Ergebnisse eine Skizze an. Führen Sie alle Berechnungen mit mindestens 3 Nachkommastellen durch und geben Sie auch alle Ergebnisse entsprechend an.

$$\left[\text{Kontrollergebnis: } f'(x) = e^{2x} \left(\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x - 2\right) \right]$$

Aufgabe 9: (3)

Gegeben sei die Funktion $f(x) = x \cdot e^x - 1$ für $x \in \mathbb{R}$. Ermitteln Sie mit Hilfe des Tangentenverfahrens von Newton eine Näherung für die Nullstelle der Funktion. Führen Sie dazu mit dem Startwert $x_0 = 0,5$ drei Iterationsschritte durch. Verwenden Sie bei allen Rechnungen 4 Nachkommastellen und geben Sie schließlich das vollständige Ergebnis für die Annäherung an. (Die Konvergenz des Verfahrens ist gewährleistet.)

Aufgabe 10: (4)

Lösen Sie folgende Integrale.

i) $\int_0^1 3x \cdot \cosh(2x^2 + 1) \, dx$

ii) $\int_0^1 (3x - 1) \cdot \cos(-x) \, dx$

Aufgabe 11: (4)

Lösen Sie das Integral

$$\int \frac{2x^2 + 12x + 24}{x^2 + 4x - 12} \, dx.$$