Fachhochschule Aachen
Fachbereich Bauingenieurwesen

Aachen, den 12. September 2011

Mathematik 2 für Bauingenieure

Aufgabe 1: (4)

Bestimmen Sie die Bogenlänge der Funktion

$$f(x) = 4x\sqrt{x} \quad \text{im Intervall} \quad I = [\frac{1}{12}; \frac{4}{18}] \,.$$

Aufgabe 2: (5)

Eine Fläche wird durch die Geraden $y = 0$, $y = 4$ und $y = x - 1$ sowie durch die Senkrechten $x = 0$ und $x = 4$ begrenzt. Skizzieren Sie die Figur in einem geeigneten Koordinatensystem und bestimmen Sie den Schwerpunkt dieser Fläche.

Hinweis: Die Fläche lässt sich (z.B.) in zwei Rechtecke und ein Dreieck zerlegen.

Aufgabe 3: (1)

Gegeben sei der Vektor $\overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$.

Bestimmen Sie einen beliebigen Vektor $\overrightarrow{b}$, der auf $\overrightarrow{a}$ senkrecht steht und die gleiche Länge besitzt.

Aufgabe 4: (4)

a) Nennen Sie alle möglichen Lagebeziehungen für zwei Gerade im R^3 .

b) Gegeben seien die Geraden g und h durch

$$g: \quad \overrightarrow{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 6 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad h: \quad \overrightarrow{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

jeweils für $s \in \mathbb{R}$. Bestimme Sie die Lagebeziehung der beiden Geraden.

Aufgabe 5: (6)

a) Was versteht man unter einer symmetrischen Matrix?

b) Gegeben sei die Matrix A durch $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Berechnen Sie AA^T , $\det(AA^T)$ sowie $(AA^T)^{-1}$.

Aufgabe 6: (2)

Skizzieren Sie für $x \geq 0$, $y \geq 0$ und $z \geq 0$ die durch

$$x + 2y + z = c \quad \text{mit} \quad c \in \mathbb{R}$$

gegebene Fläche.

Aufgabe 7: (4)

Gegeben sei die Funktion

$$f(x,y) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + y^3 - 12y + 2011 \quad \text{für} \quad (x,y) \in \mathbb{R}^2 .$$

Bestimmen Sie die 4 Kritischen Stellen der Funktion und untersuchen Sie, ob es sich hierbei um Extrem- oder Sattelstellen handelt. Untersuchen Sie im Falle einer Extremstelle auch, ob es sich um eine Minimal- oder Maximalstelle handelt.

(Hinweis: Die Funktionswerte an den kritischen Stellen brauchen nicht berechnet zu werden.)

Aufgabe 8: (4)

Gegeben sei die Differentialgleichung

$$y' = -\cos(x)(y+1) \quad \text{mit} \quad y+1 > 0 .$$

Bestimmen Sie ihre Lösungsgesamtheit.

Ergebnisse der Klausur vom 12. September 2011

Aufgabe 1: Der Bogen hat eine Länge von $s = \frac{19}{54}\,[LE]$.

Aufgabe 2: Der Schwerpunkt der Fläche liegt im Punkt $S\left(\frac{37}{23} \,\middle|\, \frac{55}{23}\right)$.

Aufgabe 3: z.B. $\overrightarrow{b} = \sqrt{\frac{2}{5}} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix}$

Aufgabe 4:

a) Zwei Geraden können parallel liegen, identisch sein, sich schneiden oder windschief verlaufen.

b) g und h verlaufen windschief.

Aufgabe 5:

a) Eine quadratische Matrix heißt symmetrisch, wenn $A = A^T$ gilt.

b) 1. $AA^T = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 \\ -2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

2. $\det(AA^T) = 4$

3. $(AA^T)^{-1} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 3 & 2 & -2 \\ 2 & 2 & -2 \\ -2 & -2 & 3 \end{pmatrix}$

Aufgabe 6: Die Skizze kann aus technischen Gründen nicht eingestellt werden.

Aufgabe 7: An den Stellen $\overrightarrow{k_1} = (0,2)$ und $\overrightarrow{k_2} = (3,-2)$ befinden sich Sattelpunkte, bei $\overrightarrow{k_3} = (0,-2)$ eine Maximal-, bei $\overrightarrow{k_4} = (3,2)$ eine Minimalstelle.

Aufgabe 8: Lösungsgesamtheit: $y(x) = c\,\mathrm{e}^{-\sin(x)} - 1$ mit $x, c \in \mathbb{R}$