Fachbereich Bauingenieurwesen

Mathematik 2 für Bauingenieure

Prof. Dr.-Ing. P. Sparla

27. September 2013

FH AACHEN
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Aufgabe 1: (5)

Berechnen Sie die Bogenlänge der Funktion f im Intervall I mit

$$f(x) = \frac{1}{5}\cosh(5x) \qquad \text{und} \qquad I = \left[-\frac{2}{5}; \frac{2}{5}\right] .$$

Hinweis: $\cosh^2(t) - \sinh^2(t) = 1$

Aufgabe 2: (5)

Gegeben ist die Funktionen $f(x) = \sqrt{\sin(\frac{1}{4}x)}$ für $x \in [0; 4\pi]$. Durch Rotation um die x-Achse entstehe der Rotationskörper K_x. Geben Sie die Koordinaten des Schwerpunktes von K_x an.

Aufgabe 3: (5)

Gegeben sind die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix}$ und $\vec{c} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

a) Geben Sie eine parameterfreie Gleichung der Ebene an, die den Punkt $A(1|-1|1)$ enthält und von $\vec{b}$ und $\vec{c}$ aufgespannt wird.

b) Geben Sie eine Parameterform der Ebene an, die den Punkt $A(1|-1|1)$ enthält und von $\vec{a}$ und $\vec{b}$ aufgespannt wird.

c) Geben Sie eine Gleichung der Schnittgeraden der Ebene aus a) und b) an.

d) Berechnen Sie das Spatprodukt der Vektoren $\vec{a}$, $\vec{b}$ und $\vec{c}$ und ermitteln Sie, ob die Vektoren in dieser Reihenfolge ein Links- oder ein Rechtssystem bilden.

Aufgabe 4: (4)

Lösen Sie das Gleichungssystem $A \cdot \overrightarrow{x} = \overrightarrow{b}$, gegeben durch

$$\begin{aligned} x_1 + 3x_2 + 2x_3 &= 0 \\ x_1 + x_3 &= -3 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 &= 1 \quad , \end{aligned}$$

indem Sie mit Hilfe der Adjunkten die Inverse zu A berechnen und $\overrightarrow{x}$ durch $\overrightarrow{x} = A^{-1} \cdot \overrightarrow{b}$ berechnen.

Aufgabe 5: (3)

Gegeben ist die Matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

a) Bringen Sie A mit Hilfe von elementaren Zeilen- und Spaltenoperationen in obere Dreiecksform.

b) Berechnen Sie die Determinante von A.

Aufgabe 6: (4)

Gegeben ist die Funktion $f(x,y) = 75y - y^3 - 4x - \frac{1}{x}$ für $(x,y) \in \mathbb{R}^2,\ x \neq 0$.

Berechnen Sie alle kritischen Stellen der Funktion und bestimmen Sie, ob es sich um Minimal-, Maximal- oder Sattelstellen handelt.

Aufgabe 7: (4)

Gegeben sei die Differentialgleichung

$$y' - yx\ln(x^2) + y = 0\,.$$

Bestimmen Sie die Lösungsgesamtheit.

Hinweis: Die typische Form einer separablen DGL ergibt sich durch entsprechendes Umformen.

Ergebnisse der Klausur vom 27. September 2013

Aufgabe 1: Der Bogen hat eine Länge von $s \approx 1{,}451\ [LE]$.

Aufgabe 2: Der Schwerpunkt liegt in $S(2\pi|0|0)$.

Aufgabe 3:

a) $E_a: \quad \vec{x} \cdot \begin{pmatrix} -9 \\ -16 \\ -5 \end{pmatrix} = 2$

b) $E_b: \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix}$

c) $g_S: \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix}$

d) $\left[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\right] = -50 < 0 \quad \Rightarrow$ Es handelt sich um ein Linkssystem.

Aufgabe 4: $A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 0{,}5 & 1{,}5 \\ 0 & -0{,}5 & 0{,}5 \\ 1 & 0{,}5 & -1{,}5 \end{pmatrix}$ und damit $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$

Aufgabe 5: Obere Dreiecksmatrix: $D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{8}{5} \end{pmatrix}$

und damit $\det(A) = \det(D) = 8$

Aufgabe 6: f hat Sattelstellen in $\vec{k_1} = (0{,}5|-5)$ und $\vec{k_2} = (-0{,}5|5)$ sowie eine Minimalstelle in $\vec{k_3} = (-0{,}5|-5)$ und eine Maximalstelle in $\vec{k_4} = (0{,}5|5)$.

Aufgabe 8: Lösungsgesamtheit: $y(x) = c\,\mathrm{e}^{x^2(\ln(x^2)-1)-x}$ mit $c, \in \mathbb{R}$

Stand: 20.01.2016