Fachbereich Bauingenieurwesen

Mathematik 2 für Bauingenieure

Prof. Dr.-Ing. P. Sparla

25. Juli 2014

FH AACHEN UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Aufgabe 1: (7)

Gegeben sei die Funktion

$$f(x) = \sqrt{2x^3} \quad \text{im Intervall} \quad I = [0;2]\,.$$

a) Berechnen Sie die Bogenlänge der Funktion f im Intervall I.

b) Berechnen sie das Volumen V_y des Körpers, welcher durch Rotation der Funktion f um die y-Achse im Intervall I entsteht.

Aufgabe 2: (5)

Gegeben seien für $x \in \mathbb{R}$ die Funktionen

$$f(x) = x^2 + 6x + 8\,, \quad g(x) = x^2 - 6x + 8 \quad \text{und} \quad h(x) = 2x + 4\,.$$

Fertigen Sie eine Skizze an, in der sich alle drei Funktionen in einem Koordinatensystem befinden. Berechnen sie den Flächeninhalt der Fläche, die durch alle drei Funktionen begrenzt wird.

Hinweis: Der Punkt (0|5) ist Element der zu berechnenden Fläche.

Aufgabe 3: (3)

a) Bestimmen Sie den Parameter x so, dass die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ senkrecht zueinander stehen.

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ x \\ 5 \end{pmatrix}$$

Bilden Sie das Vektorprodukt. Welche Eigenschaft hat dieser Vektor?

b) Bestimmen Sie den Winkel zwischen den nachfolgenden Vektoren

$$\vec{c} = \begin{pmatrix} -9 \\ -12 \\ 36 \end{pmatrix}, \quad \vec{d} = \begin{pmatrix} 24 \\ -6 \\ 8 \end{pmatrix}$$

c) Stellen Sie mithilfe der Vektoren $\overrightarrow{c}$ und $\overrightarrow{d}$ und dem Punkt $P(1|1|1)$ die Parameterform einer Ebene E auf und überführen Sie diese in eine parameterfreie Form.

Aufgabe 4: (3)

Gegeben seien die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 7 & 3 & -2 \\ -1 & -5 & 3 \\ -8 & 0 & 1 \end{pmatrix} .$$

a) Berechnen Sie die Matrizenprodukte AB und AA^T.

b) Welche besondere Eigenschaft besitzt AA^T

Aufgabe 5: (4)

Berechnen Sie die Inverse der Matrix D mit $D = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 1 \\ 2 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ mittels der Adjunkten.

Aufgabe 6: (4)

Gegeben sei die Differentialgleichung

$$y' x^3 = 2y - 3 .$$

Bestimmen Sie die Lösungsgesamtheit.

Hinweis: Die typische Form einer separablen DGL ergibt sich durch entsprechendes Umformen.

Aufgabe 7: (4)

Gegeben sei die Funktion $f(x,y) = 4x^2 - x^2y + 2y^2$ für $(x,y) \in \mathbb{R}^2$.
Berechnen Sie alle kritischen Stellen der Funktion und bestimmen Sie, ob es sich um Minimal-, Maximal- oder Sattelstellen handelt.

Ergebnisse der Klausur vom 25. Juli 2014

Aufgabe 1: a) Die Länge des Bogens beträgt $S \approx 4,54\ [LE]$.
b) Das Volumen beträgt $V_y \approx 21,54\ [VE]$.

Aufgabe 2: Die gesuchte Fläche hat einen Inhalt von $A \approx 3,71\ [FE]$.

Aufgabe 3: a) 1. Für $x = -11$ stehen die beiden Vektoren senkrecht aufeinander.

2. $\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} 38 \\ -16 \\ -20 \end{pmatrix}$

3. Das Ergebnis steht senkrecht auf $\vec{a}$ und $\vec{b}$.

b) $\angle(\vec{c}, \vec{d}) \approx 81,8^\circ$

c) Parameterform: $E: \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \\ 12 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 12 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}$

paramterfreie Form: $E: \quad \vec{x} \cdot \begin{pmatrix} 20 \\ 156 \\ 57 \end{pmatrix} = 233$

Aufgabe 4: a) $AB = \begin{pmatrix} 16 & 0 & 1 \\ 15 & 3 & -3 \\ 26 & 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad AA^T = \begin{pmatrix} 38 & 3 & 26 \\ 3 & 2 & 4 \\ 26 & 4 & 20 \end{pmatrix}$

b) AA^T ist symmetrisch.

Aufgabe 5: $D^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & -21 \\ -1 & -5 & 13 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$

Aufgabe 6: Lösungsgesamtheit: $y(x) = c\,\mathrm{e}^{-x^{-2}} + \frac{3}{2}$ mit $x, c \in \mathbb{R}$

Aufgabe 7: f hat Sattelstellen in $\vec{k_2} = (4|4)$ und $\vec{k_3} = (-4|4)$
und eine Minimalstelle in $\vec{k_1} = (0|0)$.

Stand: 23.11.2015