

# Fachbereich Bauingenieurwesen

## Mathematik 2 für Bauingenieure

Prof. Dr.-Ing. P. Sparla  
30. September 2016

### Aufgabe 1: (5)

Für  $x \in \mathbb{R}$  sind die drei Funktionen

$$f(x) = x, \quad g(x) = x \cdot (x+2)^2 \quad \text{und} \quad h(x) = -2x - 4$$

gegeben.

- Weisen Sie rechnerisch nach, dass der Punkt  $P(-2|0)$  ein Schnittpunkt der Funktionen  $g$  und  $h$  ist.
- Im dritten Quadranten schließen  $f, g$  und  $h$  eine Fläche ein, die den Punkt  $Q(-2|-1)$  enthält. Fertigen Sie eine entsprechende Skizze an und berechnen Sie den Flächeninhalt dieser Fläche.

### Aufgabe 2: (4)

Durch Rotation der Funktion  $f(x) = \sqrt{\frac{1}{2}e^{4x+2}}$  um die  $x$ -Achse für  $x \in [0; \frac{1}{2}]$  entsteht ein Rotationskörper  $K_x$ . Berechnen Sie sein Volumen  $V_x$  und fertigen Sie eine Skizze des Körpers an.

### Aufgabe 3: (5)

Gegeben sind die Gerade  $g$  und die Ebene  $E$  durch

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -7 \end{pmatrix} \quad (\lambda \in \mathbb{R}) \quad \text{und} \quad E: \vec{x} \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix} = 1.$$

Außerdem ist  $h$  ein Geradenstück von  $g$ , gegeben durch  $\lambda \in [0; 2]$ .

- Berechnen Sie Schnittpunkt und Schnittwinkel von  $g$  und  $E$ .
- Bestimmen Sie die Länge des Geradenstückes  $h$ .
- Liegt der Schnittpunkt von  $g$  und  $E$  auf dem Geradenstück  $h$ ? (Begründung!)

**Aufgabe 4:** (2)

Die Vektoren  $\vec{a} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$  und  $\vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ b_2 \\ -1 \end{pmatrix}$  spannen ein Parallelogramm auf.

Bestimmen Sie alle möglichen Lösungen für die Komponente  $b_2$  so, dass der Flächeninhalt des Parallelogramms  $A = 7$  [FE] groß ist.

**Aufgabe 5:** (5)

Gegeben ist die Matrix  $A$  durch  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -2 & 4 & 6 \\ 1 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ .

- Bestimmen Sie die Inverse der Matrix  $A$  mittels der Adjunkten.
- Berechnen Sie das Matrixprodukt  $A \cdot A^T$ .
- Welches Ergebnis liefert das Matrixprodukt  $M \cdot M^{-1}$  einer beliebigen (invertierbaren) Matrix  $M$ ?

**Aufgabe 6:** (4)

Gegeben ist die Funktion  $f(x, y) = \frac{1}{3}x^3 - 4x + e^{-x}(y-2)^2$  für  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ . Bestimmen Sie ihre kritischen Stellen und geben Sie an, ob es sich um Sattel-, Minimal- oder Maximalstellen handelt.

**Aufgabe 7:** (1)

Gegeben ist die Funktion  $f(x, y, z) = x \cdot e^y + 2yz^2$  mit  $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ . Bestimmen Sie  $\text{grad } f(2, 1, -1)$ .

**Aufgabe 8:** (4)

Berechnen Sie die Lösungsgesamtheit der Differentialgleichung

$$y' + \frac{4x+4}{x^2-4} \cdot y = 0 \quad (x \neq \pm 2).$$