Fachbereich Bauingenieurwesen

Mathematik 2 für Bauingenieure

Prof. Dr.-Ing. P. Sparla

1. Februar 2016

FH AACHEN
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Aufgabe 1: (5)

Es sei $x \geq 0$. Die Funktionen f, g und h, gegeben durch

$$f(x) = -4\,, \quad g(x) = \frac{-1}{x-1}\ (x \neq 1) \quad \text{und} \quad h(x) = -(x-1)^2\,,$$

schließen zusammen mit der $y-$Achse eine Fläche ein. Skizzieren Sie diese Fläche und berechnen Sie ihren Inhalt.

Aufgabe 2: (5)

Gegeben sei die Funktion $f(x) = \sqrt{\cos(\frac{1}{2}x)}$ für $x \in [0;\pi]$. Durch Rotation um die $x-$Achse entstehe der Körper K_x. Bestimmen Sie die Schwerpunktskoordinaten dieses Rotationskörpers und fertigen Sie eine Skizze an.

Aufgabe 3: (4)

Zeigen Sie, dass die Geraden g und h, gegeben durch

$$g:\ \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \\ 3 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad h:\ \vec{x} = \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \\ 7 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix},$$

jeweils mit $\lambda \in \mathbb{R}$, windschief sind und berechnen Sie mit Hilfe von

$$d(g,h) = \frac{\left|\vec{r_g} \cdot \left[\vec{r_h} \times (\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OQ})\right]\right|}{\left|\vec{r_g} \times \vec{r_h}\right|}$$

deren Abstand.

Aufgabe 4: (2)

Die Punkte $P_1(2|1|3)$, $P_2(5|-2|4)$ und $P_3(4|-3|-3)$ liegen in einer Ebene. Geben Sie eine Parametergleichung und eine parameterfreie Gleichung dieser Ebene an.

Aufgabe 5: (2)

Gegeben seien die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 2 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}.$$

a) Geben Sie alle möglichen Matrixprodukte sowie die Dimension der zugehörigen Ergebnismatrix an. (Die Matrixprodukte müssen nicht explizit berechnet werden.)

b) Berechnen Sie das Produkt CC^T .

Aufgabe 6: (3)

Gegeben sei das Gleichungssystem

$$\begin{aligned} 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 &= 9 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 &= 9 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 &= 9\,. \end{aligned}$$

Geben Sie das Gleichungssystem in Matrizenschreibweise an und berechnen Sie seine Lösung mit dem Gauß-Algorithmus.

Aufgabe 7: (5)

Gegeben sei die Funktion $f(x,y) = x + \frac{1}{x} + 12y - y^3$ für $(x,y) \in \mathbb{R}^2$. Berechnen Sie alle kritischen Stellen und bestimmen Sie, ob es sich um Sattel-, Tief- oder Hochpunkte handelt.

Aufgabe 8: (4)

Gegeben sei die separable Differentialgleichung $y' = -\frac{1}{2}(y+1)^3 \cdot \sin(x)$.

Bestimmen Sie ihre Lösungsgesamtheit.

Ergebnisse der Klausur vom 1. Februar 2016

Aufgabe 1: Die Fläche berechnet sich wie folgt:

$$A = \int_0^{\frac{5}{4}} \big(h(x) - f(x)\big)\mathrm{dx} + \int_{\frac{5}{4}}^{2} \big(h(x) - g(x)\big)\mathrm{dx} \approx 5{,}72 \ [FE]$$

Aufgabe 2: Der Schwerpunktvon K_x liegt in $S(1,14|0|0)$. $(V_x = 2\pi)$

Aufgabe 3: Der Abstand der beiden Geraden beträgt $d(g,h) \approx 2{,}31 \ [LE]$.

Aufgabe 4: Parametergleichung: $E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix}$

$(\lambda, \mu \in \mathbb{R})$

parameterfreie Gleichung: $E: \vec{x} \cdot \begin{pmatrix} 11 \\ 10 \\ -3 \end{pmatrix} = 23$ $(z.B.)$

Aufgabe 5: a) Dimension der Ergebnismatrix von AB ist $(2x2)$ von BA ist $(2x2)$ von CA ist $(3x2)$ und von CB ist $(3x2)$.

b) $CC^T = \begin{pmatrix} 29 & 12 & -3 \\ 12 & 5 & -2 \\ -3 & -2 & 17 \end{pmatrix}$

Aufgabe 6: Lösung des Geichungssystems: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ -3 \\ -3 \end{pmatrix}$

Aufgabe 7: f hat Sattelpunkte in $S_{1/2}(\pm 1|\pm 2|\pm 18)$, sowie ein Minimum in $T(1|-2|-14)$ und ein Maximum in $H(-1|2|14)$.

Aufgabe 8: Die Lösung der DGL lautet:

$$y(x) = \begin{cases} -1 & , \quad x \in \mathbb{R} \\ \pm\sqrt{\frac{1}{c-\cos(x)}} - 1 & , \quad x, c \in \mathbb{R} \text{ so, dass } c - \cos(x) > 0 \end{cases}$$

Stand: 11.12.2019