Fachbereich Bauingenieurwesen

Mathematik 2

Prof. Dr.-Ing. P. Sparla

3. Februar 2020

Aufgabe 1: (5)

Sei $x \in \mathbb{R}$. Die drei Funktion $f, g,$ und h gegeben durch

$$f(x) = -x^3, \quad g(x) = 5 \quad \text{und} \quad h(x) = -\frac{1}{x} \quad (x \neq 0)$$

schließen zusammen mit der y-Achse eine Fläche ein. Berechnen Sie die Größe dieser Fläche. Berechnen Sie dazu die benötigten Schnittstellen und fertigen Sie eine Skizze des Sachverhaltes an.

Aufgabe 2: (5)

Gegeben sei die Funktion $f(x) = \sqrt{\cosh(2x)}$ für $x \in [0;2]$. Durch Rotation um die x-Achse entstehe der Körper K_x. Berechnen Sie seinen Schwerpunkt und skizzieren Sie den Sachverhalt.

Aufgabe 3: (6)

a) Gegeben seien die Geraden g und h durch

$$g: \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} 7 \\ 7 \\ -1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad h: \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} -6 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

mit $\lambda\ \mu \in \mathbb{R}$.
Überprüfen Sie die Lage der beiden Geraden zueinander und berechnen Sie anschließend je nach Lage Schnittpunkt und - winkel bzw. Abstand von g und h.

b) Durch g und h wird die Ebene E mit

$$E: \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} 16 \\ 10 \\ 5 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad (\lambda\,,\ \mu \in \mathbb{R})$$

aufgespannt. Bestimmen Sie Ihre parameterfreie Form und berechnen Sie den Abstand von E zum Punkt $Q(4|3|2)$.

Aufgabe 4: (4)

Gegeben sei folgendes Gleichungssystem

$$\begin{aligned} 2x_2 - 3x_3 &= -3 \\ -x_1 + x_2 + x_3 &= 3 \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 &= 6 \quad . \end{aligned}$$

a) Geben Sie das Gleichungssystem in Matrizenschreibweise an und bennen Sie die Koeffizientenmatrix mit A .

b) Berechnen Sie den Lösungsvektor des Gleichungssystems mit dem Gauß-Algorithmus.

c) Wie kann man den Lösungsvektor des Gleichungssystems mit Hilfe der Inversen A^{-1} berechnen?

d) Nennen Sie zwei aus der Vorlesung bekannte Möglichkeiten eine Inverse zu berechnen.

Aufgabe 5: (1)

Berechnen Sie die Determinante der Matrix $M = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 & -2 \\ -1 & 3 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Aufgabe 6: (5)

Berechnen Sie alle Kritischen Stellen der Funktion

$$f(x,y) = x^2 + y^2 - 2x^2y \quad \text{für} \quad (x,y) \in \mathbb{R}^2 .$$

Untersuchen Sie, ob es sich dabei um Sattel-, Minimal- oder Maximalstellen handelt und geben Sie die vollständigen Punkte an.

Aufgabe 7: (4)

Bestimmen Sie die Lösungsgesamtheit der Differentialgleichung

$$y'x^3 = 2y - 5 \qquad (x \neq 0) .$$